

УДК 514.18

Л. М. Куценко, д.т.н., професор, проф. каф. (ORCID 0000-0003-1554-8848)

А. Я. Калиновський, к.т.н., доцент, нач. каф. (ORCID 0000-0002-1021-5799)

О. І. Сухарькова, викл. каф. (ORCID 0000-0003-1033-4728)

С. Я. Бордюженко, к.т.н., викл.-метод. (ORCID 0000-0001-6426-3473)

М. М. Журавський, к.т.н., доцент, заст. нач. центру-нач. відділу (ORCID 0000-0001-8356-8600)

Національний університет цивільного захисту України, Харків, Україна

ВИЗНАЧЕННЯ НА ОСНОВІ МЕТОДУ НУСЕЛЬТА ТЕПЛООВОГО ПОТОКУ ВІД ПОВЕРХНІ ОБЕРТАННЯ

Розглянуто наближений спосіб чисельного визначення теплового потоку, який випромінюється поверхнею обертання, і який досягає фігури заданої форми на координатній площині. В основу способу покладено графоаналітичний прийом наближеної оцінки теплового потоку (метод Нусельта або метод сфери одиничного радіуса). Графоаналітичні дії полягають у описі та побудові радіально-паралельної проекції джерела випромінювання, направленої на фігуру приймача тепла. В результаті одержимо проекцію джерела випромінювання, площу якої слід зіставити з площею круга одиничного радіуса, який її огортає. Чисельне значення відношення вказаних площ і визначатиме міру тепла, яке досягне певної точки фігури приймача тепла (локальний кутовий коефіцієнт випромінювання). Для реалізації на практиці метода Нусельта необхідно поширити схему опису шляхом усунення з алгоритму поняття відстані до поверхні обертання. Це поняття слід замінити побудовою радіально-паралельної проекції джерела випромінювання. Для цього необхідно долучити аналітичні співвідношення, які пов'язують описи поверхні джерела випромінювання з описами її радіально-паралельної проекції. В роботі знайдено опис радіально-паралельної проекції співвісних кіл, розташованих на площинах рівня поверхні обертання, опис радіально-паралельної проекції осевого вертикального перетину поверхні обертання, а також формули обчислення інтегральних кутових коефіцієнтів випромінювання для розглянутого випадку поверхні. Одержані результати можуть бути використані на практиці у вигляді системи моделювання і прогнозування аварійних ситуацій, які виникають на газопроводах для оцінити теплових потоків від віртуального факелу полум'я до поверхонь будівель і споруд.

Ключові слова: променева теплопередача, поверхня обертання, форма факелу полум'я, метод Нусельта, радіально-паралельна проекція

1. Вступ

Потреба у розрахунках променевої теплопередачі від поверхні джерела тепла до поверхні приймача тепла виникає під час дослідження великої кількості задач в практиці пожежогасіння. Звужуючи клас можливих впроваджень розглянемо лише проблему пожеж на газопроводах. Тут джерелом тепла є факел полум'я, обмежений наближеною поверхнею обертання (еліпсоїдом), а приймачами тепла будуть поверхні навколишніх будівель і промислових об'єктів. Ефективність числових розрахунків променевої теплопередачі залежить від можливостей методу обчислення кутових коефіцієнтів випромінювання (ККВ) – тобто геометричних факторів, що характеризують частку променевого теплового потоку, який випромінюється однією поверхнею і досягає другої поверхні. На практиці використовуються наближені значення ККВ, одержані із застосуванням обчислювальної техніки. Наближені (числові) розв'язки базуються, у тому числі, і на графічних методах. Серед таких методів обчислення ККВ є фундаментальний метод Нусельта (метод сфери одиничного радіуса). Цей метод обґрунтовує обчислення значень локальних ККВ шляхом побудови радіально - паралельних проекцій (скорочено RP-проекцій) поверхні джерела тепла на поверхню приймача тепла.

Суть геометричного моделювання оцінки теплового потоку методом сфери

одиночного радіуса полягає у наступному. Нехай в системі координат $Oxyz$ маємо факел полум'я у вигляді поверхні обертання F , вісь якої спрямована вздовж осі Oz (при $z > 0$). На горизонтальній площині позначимо приймач тепла у вигляді фігури G . Для пробної точки P фігури G оберемо сферу одиночного радіуса з центром в точці P . На поверхні сфери побудуємо радіальну проекцію поверхні обертання F . Далі радіальну проекцію паралельно спроекціюємо вздовж осі Oz на площину фігури G (суть ідеї проілюстровано в подальшому на рис.1). В результаті одержимо радіально - паралельну проекцію dF факела F (RP -проекцію dF факела F). Згідно метода Нусельта локальний кутовий коефіцієнт випромінювання дорівнює числовому значенню відношення площі проекції dF до площі круга одиночного радіуса. (Яке ще слід розділити на величину числа π , в подальшому це матимемо на увазі). Одержане числове значення буде кількісною мірою того, яка частка тепла надійде до пробної точки P фігури G . Виконавши описане для певної кількості пробних точок, одержимо множину локальних кутових коефіцієнтів випромінювання (локальних ККВ). Якщо відкладемо одержані значення вздовж осі Oz , то в просторі координатної системи $Oxyz$ вони визначатимуть поверхню локальних значень ККВ. Інтегральний ККВ характеризуватиметься об'ємом простору, розташованим між поверхнею локальних значень ККВ і фігурою G .

Отже, для реалізації на практиці зазначеної схеми необхідно обрати поточну точку на фігурі теплоприймача і побудувати сферу одиночного радіуса з центром в цій точці. На координатній площині необхідно поєднати зображення круга одиночного радіуса з одержаною RP - проекцією поверхні обертання. Для зручності обчислень доцільно накласти на ці фігури растрову сітку точок. Для обраної поточної точки необхідно підрахувати відповідну кількість вузлових точок сітки на RP - проекції та на крузі. Відношення першої кількості точок до другої дасть наближене значення локального кутового коефіцієнта випромінювання (для центральної точки круга). Для обчислення інтегрального кутового коефіцієнта випромінювання необхідно виконати зазначений алгоритм для інших поточних точок на фігурі теплоприймача. А потім побудувати поверхню значень локальних ККВ для всіх обраних поточних точок. Інтегральний ККВ можна оцінити за допомогою значення величини об'єму простору між координатною площиною і поверхню значень локальних ККВ поточних точок.

На практиці недоліки прямого застосування методу сфери одиночного радіуса очевидні. А саме, в процесі обчислень необхідно погоджувати значення кроків (відстаней) розташування точок на растровій сітці зі значеннями їх відстаней до поверхні обертання. Ці значення, як правило, не співрозмірні, тому відстані до поверхні обертання бажано визначати за допомогою аналітичних співвідношень. Зазначені співвідношення мають пов'язувати описи поверхні джерела випромінювання з описами її радіально-паралельної проекції. Такий підхід дозволить врахувати значення відстаней до поверхні обертання засобами аналітичних залежностей.

Висока інтенсивність теплового випромінювання вогневого факела є найголовнішим чинником серед тих, що перешкоджають ліквідації пожежі. Тому актуальними є дослідження, присвячені цифровим оцінкам теплового потоку, який переноситься завдяки променевій теплопередачі від віртуального факела до поверхонь будівель або споруд.

2. Аналіз літературних даних та постановка проблеми

В роботі [1] досліджено форму горіння газового факелу. Встановлено внут-

 computer science and information technology. DOI: 10.52363/2524-0226-2023-37-25 349

рішню картину палаючого факела та її структуру з розподілом ізотерм по його об'єму. Але в роботі внутрішня картина палаючого факела не пов'язана з параметрами його випромінювання, що затрудняє відповідні розрахунки. В роботі [2] розглядається палаючий факел як геометричне тіло у формі еліпсоїда обертання, в якому відбувається реакція горіння. Згоряння палива супроводжується переходом атомів, що беруть участь у реакції горіння речовин, з одного нерухомого стану в інший з випромінюванням кванта теплового випромінювання. Викид кванту теплового випромінювання виникає при переході електрона з більш віддалена орбіта від ядра до ближчої (другий постулат Бора). При цьому продукти згоряння витісняються новими порціями реагуючого палива з активного об'єму і займають весь вільний об'єм. Тому для реалізації на практиці розрахунків слід було б детальніше описати вплив цього процесу на випромінювання новостворених динамічних об'ємів горіння. В роботі [3] розроблено аналітичні вирази для розрахунку теплового випромінювання від факелів з газових балонів. Було отримано аналітичні рівняння для розрахунку теплопередачі в факельних печах, запальниках парових котлів, камерах згоряння газотурбінних установок. Але при цьому в роботі недостатньо уваги приділено числовим розрахункам теплопередачі, особливо з врахуванням їх похибок. В роботі [4], яка є продовженням теми роботи [3], одержано нові аналітичні вирази, тобто формули для розрахунку теплового випромінювання від об'ємів газу, що надходять у вигляді факелу на поверхнях нагріву. Дається приклад розрахунку потоків випромінювання від факела до поверхні нагріву. При цьому в роботі не надано відомості стосовно впливу параметрів аналітичних виразів на значення кутових коефіцієнтів випромінювання. В роботі [5] представлено закономірності випромінювання з газових прошарків, які утворюються при полум'яному згорянні палива. На основі цього розроблені схеми розрахунку теплообміну в факельних печах та камерах згоряння. Але в роботі не надано аналіз впливу геометричних факторів при проведенні розрахунків.

В роботі [6] розраховано теплове випромінювання факела полум'я на площу заданої форми, розташовану паралельно осі факела. Наведено аналітичні вирази для визначення кутових коефіцієнтів теплового випромінювання факела. При цьому метод Нусельта згадується лише в «класичному» вигляді і не використовується для поширення його ідеї. В роботі [7] розглянуто питання розрахунку локальних кутових коефіцієнтів випромінювання в двовимірних системах, що складаються з будь-якої кількості плоских поверхонь, у тому числі в системах, у яких дві суміжні поверхні утворюють увігнуту частину контуру. В роботі [8] запропоновано матричну модель для опису радіаційного теплообміну в корпусах на основі взаємних кутових коефіцієнтів випромінювання та радіаційних властивостей поверхні, з яких складається корпус. Але в обох цих роботах доцільно було б формалізувати схеми розрахунків кутових коефіцієнтів випромінювання, які б спиралися на метод Нусельта. В роботі [9] проаналізовано основні методи розрахунку кутових коефіцієнтів випромінювання, визначено переваги та недоліки кожного. Розглянуто аналог методу сфери одиничного радіусу. Метод «половини куба» був обраний як метод розрахунку кутових коефіцієнтів через його відносну простоту. Але бажано б детальніше порівняти метод «половини куба» з методом Нусельта і вказати на переваги і недоліки кожного. В роботі [10] наведено приклад розробки аналітичних залежностей для обчислення ККВ. При цьому недостатньо досліджено варіанти теплопередач на об'єкти різноманітних геометричних форм. В роботі [11] показано, що для великих різниць температур променевий теплооб-

мін є більш важливим, ніж конвективний теплообмін. За умови подальшої формалізації параметрів теплопередачі така інформація допоможе розробляти більш адекватні моделі променевого випромінювання тепла, у тому числі і для поширення схеми методу Нусельта.

Але у вказаних роботах [1–11] відсутня інформація, яка б дозволила описати радіально-паралельні проекції елементів поверхні обертання, чим самим забезпечити розробку способу опису RP- проекцій елементів поверхні обертання для поширення ідеї методу Нусельта.

У роботах [12, 13] наведено описи радіально-паралельних проекцій для елементів поверхонь обертання. Ці результати нами запозичено для поширення ідеї методу Нусельта. Складені програми реалізовані засобами математичного процесора Maple. При цьому ще не дослідженими виявилася описи радіально-паралельних проекцій елементів поверхні обертання. А саме, відсутність способів радіально-паралельного проекціювання для системи співвісних кіл, розташованих на відповідних площинах рівня поверхні обертання (факела полум'я). А також опису згаданих проекцій осевого перетину вздовж осі обертання поверхні. Тому актуальними будуть питання знаходження формул, які пов'язують рівняння елементів поверхні джерела випромінювання з описами її радіально-паралельної проекції. Їх розв'язання допоможе здійснити поширення ідеї, закладеної в метод Нусельта.

3. Мета і завдання дослідження

Метою дослідження є розробка способу опису радіально-паралельних проекцій елементів поверхні обертання для поширення ідеї методу Нусельта.

Для досягнення мети необхідно вирішити наступні завдання:

- описати радіально-паралельні проекції співвісних кіл, розташованих на відповідних площинах рівня поверхні обертання (факела полум'я);
- описати радіально-паралельні проекції осевого перетину поверхні обертання;
- розробити схему обчислення за допомогою аналітичних виразів кутових коефіцієнтів випромінювання для джерела тепла у вигляді поверхні обертання.

4. Матеріали та методи дослідження

Об'єктом проведених досліджень є розробка способу геометричного моделювання теплового потоку, що випромінюється поверхнею обертання, і який досягає фігури заданої форми на координатній площині (як приклад). При цьому вважається, що форму факела полум'я можна наблизити поверхнею обертання (переважно еліпсоїдом).

Предметом досліджень є поширення ідеї методу Нусельта для наближеної оцінки теплового потоку з використанням аналітичних залежностей. Під поширенням ідеї методу Нусельта будемо розуміти спосіб одержання RP- проекції поверхні обертання у вигляді, відмінному від набору точок растрової сітки, накладеної на фігуру проекції. Одержана RP- проекція поверхні обертання матиме вигляд ліній, які обмежуватимуть «растровий» вигляд RP- проекції поверхні обертання. Цим самим вдасться усунути від оперування поняттями «відстань до поверхні обертання» Одержані лінії будуть розташовуватися в межах круга одиничного радіуса і будуть границями для «звичайного» інтегрування. При цьому точність обчислень залежатиме від властивостей обраного методу інтегрування. Такий підхід дозволяє розвинути ідею методу Нусельта, завдяки долученню до неї графоаналітичних компонентів.

Гіпотеза досліджень пов'язана з поняттям геометричної форми факелу полум'я. Зрозуміло, що в реальності процес горіння є динамічний в часі об'єкт, форму якого доцільно визначати середньо статистично. Обрані в роботі графоаналітичні дії дозволяють в певній мірі «згладити» динаміку зміни зображення процесу горіння шляхом побудови радіально-паралельної проекції джерела випромінювання. В результаті задача зведеться до співставлення (тобто нормування) RP-проекції джерела випромінювання з площею допоміжного круга одиничного радіуса. Чисельне значення відношення вказаних площ і визначатиме усереднену міру тепла, яке досягне певної точки фігури приймача тепла (локальний кутовий коефіцієнт випромінювання).

Для реалізації на практиці зазначеної ідеї за допомогою комп'ютера необхідно мати засіб обробки аналітичних співвідношень. Адже необхідно оперувати з аналітичними виразами радіально-паралельних проекцій поверхні факела. В даній роботі для цього обрано математичний процесор Maple, за допомогою якого вдалося спростити аналітичні вирази і скласти програми опису і побудови (для контролю формул) необхідних RP-проекцій.

5. Опис радіально-паралельної проекції співвісних кіл, розташованих на площинах рівня

Для реалізації поширення методу Нусельта необхідно мати аналітичні залежності, які пов'язують описи елементів поверхні обертання та їм відповідних RP-проекцій. Ці залежності було запозичено з роботи [12], де систематизовано необхідні для поширення твердження.

Розглянемо у системі декартових координат Охуз поверхню обертання, яка наближає факел полум'я. Для визначеності вважатиме, що вісь поверхні направлена вздовж осі Oz. Поверхню обертання представимо як множину співвісних кіл, розташованих на площинах рівня $z = \text{const}$ (рис. 1).

Для визначеності приймемо, що якесь певне коло задане на площині рівня $z = q$ і його центр має координати $(p, 0)$ (рис. 2).

Твердження 1. Рівняння RP-проекції круга $X(t) = R \cos t + p$; $Y(t) = R \sin t$; $Z(t) = q$ має вигляд:

$$x(t) = \frac{R \cos t + p}{\sqrt{(R \cos t + p)^2 + R^2 \sin^2 t + q^2}}, \quad (1)$$

$$y(t) = \frac{R \sin t}{\sqrt{(R \cos t + p)^2 + R^2 \sin^2 t + q^2}}.$$

У цьому випадку площу фігури, обмежену кривою $x = x(t)$; $y = y(t)$, можна обчислити за формулою:

$$S = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} (xy' - x'y) dt = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \frac{R(R + p \cos t)}{p^2 + q^2 + R^2 + 2Rp \cos t} dt. \quad (2)$$

Твердження 2. Враховуючи вираз (2), маємо формулу для обчислення локального ККВ:

$$F_{dA-B} = \frac{1}{2\pi} \left(1 + \frac{R^2 - p^2 - q^2}{W} \right), \quad (3)$$

де $W = \sqrt{(p^2 + q^2)^2 + R^2(R^2 - 2p^2 + 2q^2)}$.

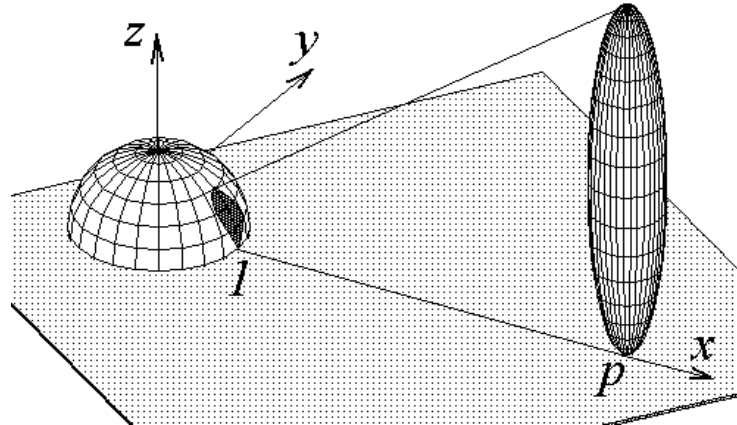


Рис. 1. Поверхня факелу як множина співвісних кіл

Зазначимо, що вираз (3) після перетворень збігається з формулою обчислення локальних ККВ для круга, наведеною у довіднику [14].

Отже, згідно обраної моделі далі поверхню факела полум'я будемо розглядати як сім'ю Π кіл змінного радіуса $R = R(z)$.

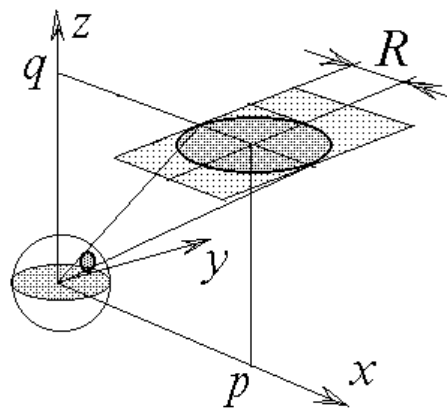


Рис. 2. Схема побудови RP-проекції кола

Твердження 3. Якщо рівняння кола задано у неявному вигляді $R^2(z) - (x - p)^2 - y^2 = 0$, то опис сім'ї RP- проекцій елементів Π має вигляд:

$$\frac{(x^2 + y^2)(p^2 - R^2(z) - z^2) + R^2(z) - p^2 + 2xpq\sqrt{1 - x^2 - y^2}}{1 - x^2 - y^2} = 0. \quad (4)$$

Твердження 4. Якщо рівняння кола задано у параметричному вигляді $X = R(z)\cos t + p$; $Y = R(z)\sin t$, то опис сім'ї Π має вигляд:

$$x(t, z) = \frac{X}{\sqrt{X^2 + Y^2 + z^2}}, \quad y(t, z) = \frac{Y}{\sqrt{X^2 + Y^2 + z^2}}. \quad (5)$$

Для перевірки, наприклад, формули (5) було складено Maple-програму (рис. 3).

```
restart: with(plots): p:= 10:
P1:=plot([sin(t),cos(t),t=0..2*Pi]):
r := q -> -0.0003466*q^4 + 0.01138*q^3 -
      0.1338*q^2 + 1.1656*q - 0.2674;
for i from 1 to 11 do q := 2*i:
X:=r(q)*cos(t)+p: Y:=r(q)*sin(t):
znam:=sqrt(X^2 + Y^2 + q^2): x:=X/znam: y:=Y/znam:
P2[i]:=plot([x,y,t=0..2*Pi], thickness=2): end do:
display(P1,seq(P2[i],i=1..11), numpoints=300);
```

Рис. 3. Програма побудови сім'ї RP- проекцій кіл

На рис. 4 наведено приклад виконання програми з рис. 3.

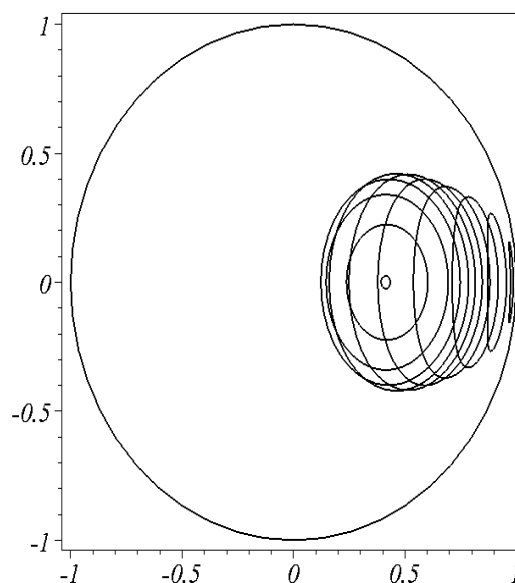


Рис. 4. Множина RP-проекцій перетинів факела площинами рівня

Далі розглянемо питання визначення обвідної параметричної сім'ї кривих, описаних рівняннями (4) або (5). Це буде шуканий опис RP-проекції факелу.

Наведемо теоретичні основи [15] обчислення обвідної сім'ї кривих, які задано параметричними рівняннями:

$$x = x(t, z); y = y(t, z). \quad (6)$$

При цьому параметр t визначає положення точки на певній кривій, а параметр z визначає саму цю криву сім'ї. Нехай опис шуканої обвідної має вид:

$$y = f(x), \quad (7)$$

Після підстановки виразів (2.6) у тотожність (2.7) одержимо рівняння:

$$y(t, z) = f(x(t, z)), \quad (8)$$

що визначає t як функцію від параметра z : $t = t(z)$. Диференціюємо рівняння (8) по z :

$$\frac{\partial y}{\partial t} \frac{\partial t}{\partial z} + \frac{\partial y}{\partial z} = \frac{\partial f}{\partial z} \left(\frac{\partial x}{\partial t} \frac{\partial t}{\partial z} + \frac{\partial x}{\partial z} \right). \quad (9)$$

Але крива (7) дотикається кривих сім'ї, тому у точках дотику виконується:

$$\frac{\partial f}{\partial z} = \frac{\partial y}{\partial t} / \frac{\partial x}{\partial t}. \quad (10)$$

Тоді із рівняння (9) маємо:

$$\frac{\partial f}{\partial z} = \frac{\partial y}{\partial z} / \frac{\partial x}{\partial z}. \quad (11)$$

В результаті із тотожностей (10) і (11) одержуємо рівняння:

$$\frac{\partial x}{\partial t} \frac{\partial y}{\partial z} - \frac{\partial y}{\partial t} \frac{\partial x}{\partial z} = 0. \quad (12)$$

Для опису обвідної (7) необхідно із рівнянь (6), (12) вилучити параметри t і z . Але одержаний опис ще може включати і множину особливих точок кривих (6). Тому у загальному випадку рівняння (6), (12) визначають дискримінанту сім'ї (6).

На практиці для знаходження обвідної конкретної сім'ї (5) зручно з рівняння (12) вилучити параметр $t = t(z)$ і підставити його значення у (6).

Твердження 5. Нехай маємо сім'ю кривих, описаних рівняннями:

$$x(t, z) = \frac{X}{\sqrt{X^2 + Y^2 + z^2}}; \quad y(t, z) = \frac{Y}{\sqrt{X^2 + Y^2 + z^2}}, \quad (13)$$

де $X = R(z)\cos t + p$; $Y = R(z)\sin t$. Тоді значення параметру:

$$t = \pi - \arccos \left(\frac{R - z \frac{\partial R}{\partial z}}{p} \right) \text{ буде коренем рівняння } \frac{\partial x}{\partial t} \frac{\partial y}{\partial z} - \frac{\partial y}{\partial t} \frac{\partial x}{\partial z} = 0.$$

Твердження 6. Рівняння обвідної сім'ї (13) має вигляд:

$$x(t, z) = \frac{X}{\sqrt{X^2 + Y^2 + z^2}}; \quad y(t, z) = \frac{Y}{\sqrt{X^2 + Y^2 + z^2}}, \quad (14)$$

$$\text{де } X = R(z) \cos \left(\pi - \arccos \left(\frac{R - z \frac{\partial R}{\partial z}}{p} \right) \right) + p, \quad Y = R(z) \sin \left(\pi - \arccos \left(\frac{R - z \frac{\partial R}{\partial z}}{p} \right) \right).$$

Після аналітичних перетворень виразів (14) одержимо наступні твердження.

Твердження 6. Нехай вісь поверхні обертання паралельна осі Oz і віддалена від центра сфери радіуса 1 на p одиниць, а нормальні перетини поверхні є кола радіуса $R(z)$. Тоді рівняння RP-проекції поверхні обертання має вигляд:

$$x(z) = \frac{p^2 + zR \frac{\partial R}{\partial z} - R^2}{p \sqrt{p^2 + z^2 - R^2 + 2zR \frac{\partial R}{\partial z}}}; \quad (15)$$

$$y(z) = \frac{R \sqrt{R^2 - p^2 - 2zR \frac{\partial R}{\partial z} + z^2 \left(\frac{\partial R}{\partial z}\right)^2}}{p \sqrt{p^2 + z^2 - R^2 + 2zR \frac{\partial R}{\partial z}}}.$$

Вирази (15) дозволять обчислити площу RP-проекції і знайти значення локального ККВ.

Твердження 7. Площу фігури, обмежену контуром (15) RP-проекції, можна обчислити за допомогою формули:

$$S = 2 \int_0^H y(z) x'(z) dz, \text{ або}$$

$$S = 2 \int_0^H \frac{R \left(z + R \frac{\partial R}{\partial z} \right) \left(z^2 \left(\frac{\partial R}{\partial z} \right)^2 - 2zR \frac{\partial R}{\partial z} + R^2 + z^2 \frac{\partial^2 R}{\partial z^2} - p^2 \right) W}{p^2 \left(p^2 + z^2 - R^2 + 2zR \frac{\partial R}{\partial z} \right)^2} dz, \quad (16)$$

$$\text{де } W = \sqrt{\left(R + p - z \frac{\partial R}{\partial z} \right) \left(-R + p + z \frac{\partial R}{\partial z} \right)}$$

Приклад. Для профілю:

$$R(z) = -0,0003466z^4 + 0,01138z^3 - 0,1338z^2 + 1,1656z - 0,2674,$$

який задає контури факела, одержано описи:

$$x(z) = \frac{1}{\sqrt{T}} (z - 16,89)(z - 21,61)(z^2 + 8,576z + 32,78) \times$$

$$\times (z^2 - 6,214z + 132,5)(z^2 - 18,57z + 175,0); \quad (17)$$

$$y(z) = \frac{1}{\sqrt{T}} (z + 5,835)(z - 16,31)(z^2 + 5,072z + 41,96) \times$$

$$\times (z^2 - 11,42z + 103,8) \sqrt{z^2 - 26,96z + 223,0} \times$$

$$\times (-0,00001242z^3 + 0,0001455z^2 - 0,001272z + 0,0002917),$$

де $T = (z^2 + 5,174z + 19,64)(z^2 - 7,154z + 88,03) \times (z^2 - 14,04z + 168,3)(z^2 - 40,26z + 408,1)$.

Для прикладу наведемо зображення RP-проекцій факелу при $p=10$ (рис. 5). Проекція складається з двох кривих, розташованих в межах кола одиничного радіуса, і які необхідно обрати в якості граничних меж для «звичайного» інтегрування.

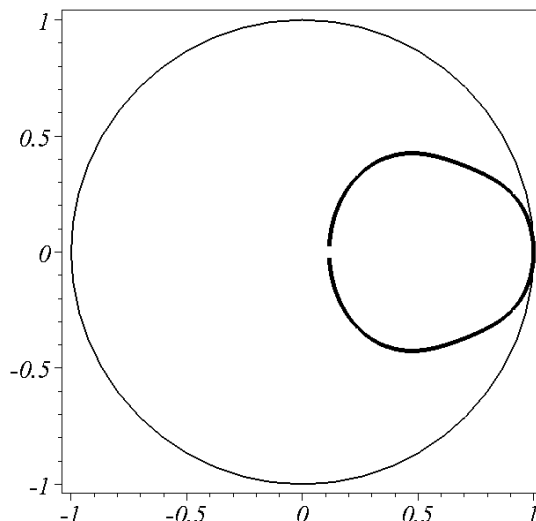


Рис. 5. RP-проекція факелу, що складається з двох кривих, які доцільно обрати границями інтегрування

Унаочнення зображень графіків одержаних функцій переконує у адекватності одержаних розв'язків. Ці результати дозволяють обчислювати кутові коефіцієнти випромінювання, тобто оцінити величину теплового потоку, що випромінюється поверхнею обертання і яке досягає певної точки заданої фігури на координатній площині.

6. Опис радіально-паралельної проекції осевого перетину поверхні факелу

З метою складання ефективних алгоритмів обчислення локальних ККВ доцільно застосувати наступний прийом. Будемо вважати, що тепловий потік, який надходить від поверхні факела полум'я до поверхні теплоприймача (рис. 6) мало відрізнятиметься від теплового потоку, який надходить від абстрактного осевого перетину поверхні факела полум'я.

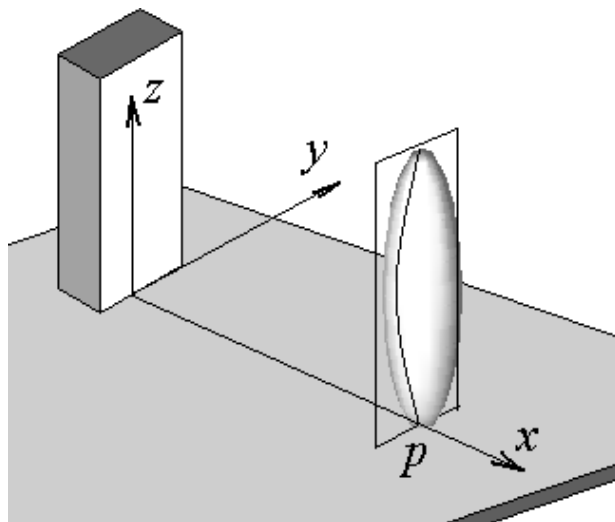


Рис. 6. Взаємне положення факелу і теплоприймача

На рис. 7 зображено перетин поверхні обертання площиною $x=p$. Таке припущення дозволить спростити математичне забезпечення алгоритмів обчислення локальних ККВ для фігур приймачів тепла, розташованих в площинах, перпендикулярних координатній площині.

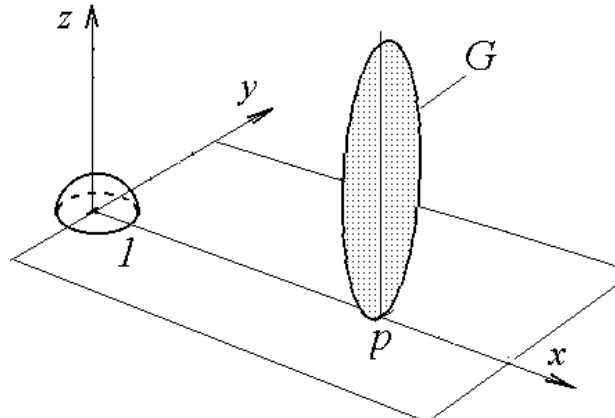


Рис. 7. Осевий перетин факела і сфери одиничного радіуса

Для реалізації зазначеного підходу необхідно розробити метод опису RP-проекції осевого перетину. Але спочатку необхідно описати сам осевий перетин. Для цього доцільно застосувати полярні координати.

Наведемо формули зв'язку між декартовими і полярними координатами $\alpha = \arctg \frac{z}{R(z)}$; $\rho = \sqrt{z^2 + R^2(z)}$ (рис. 8). При цьому здійснюється перехід від системи координат «висота факелу – радіус факелу» до системи координат «полярний кут – полярний радіус».

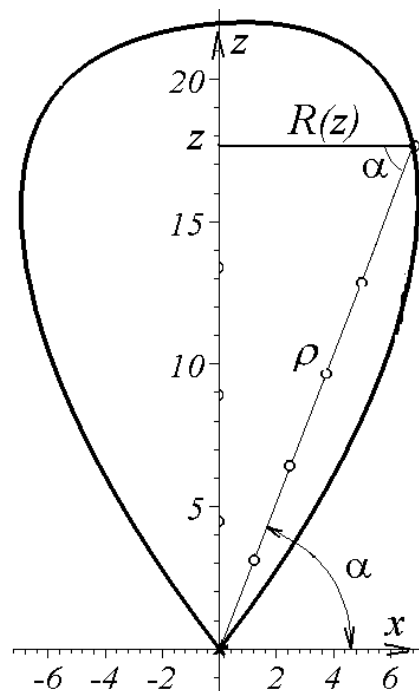


Рис. 8. Зв'язок між системами координат

На рис. 9 у якості приклада наведено зображення осевого перетину, який при значеннях кута $0,9 \leq \alpha \leq 2,24$ описано полярним рівнянням:

$$\rho(\alpha) = 9,608\alpha^7 - 57,022\alpha^6 + 10,43\alpha^5 + 604,7\alpha^4 - 1670\alpha^3 + 1783\alpha^2 - 673,2\alpha + 0,037. \quad (18)$$

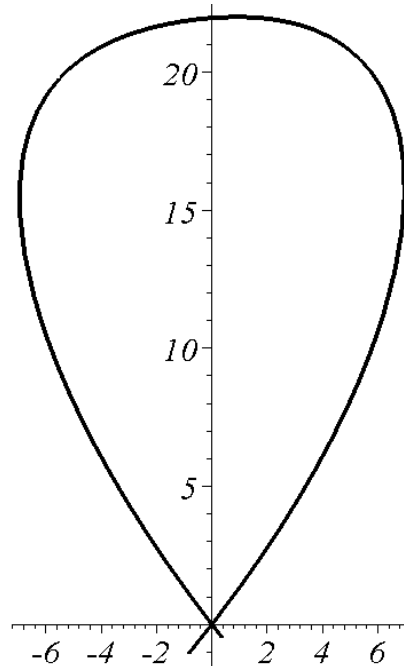


Рис. 8. Зображення осевого перетину факела

Твердження 8. Нехай $R=R(\alpha)$ є полярним рівнянням осевого перетину, що розташовано на площині рівня $x = p$. Тоді описом його RP-проекції будуть вирази:

$$x(\alpha) = \frac{p}{\sqrt{p^2 + R^2(\alpha)}}; y(\alpha) = \frac{R(\alpha)\cos\alpha}{\sqrt{p^2 + R^2(\alpha)}}. \quad (19)$$

На рис. 10 наведено приклади виконання програми побудови RP-проекції осевого перетину у залежності від відстані p .

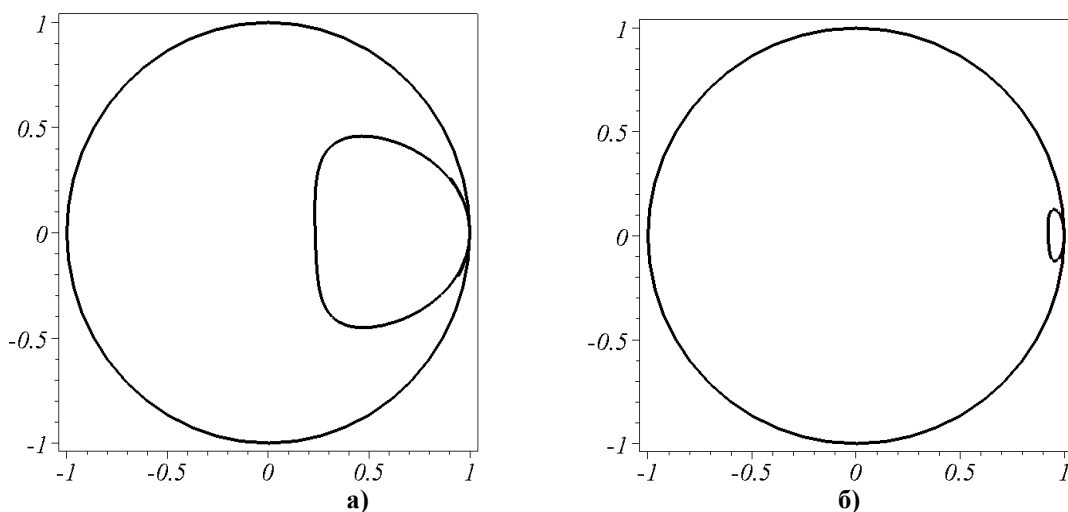


Рис. 10. Приклади виконання програми для значень а – $p=5$; б – $p=50$

Складена програма дозволяє одержати аналітичний опис RP-проекції осевого перетину.

Твердження 9. Аналітичний опис RP-проекції осевого перетину при $p=10$ (як приклад) має вигляд:

$$x(\alpha) = 0,1041 \frac{p}{\sqrt{V}};$$

$$y(\alpha) = \frac{\cos \alpha}{\sqrt{V}} (\alpha^7 - 5,936\alpha^6 + 1,086\alpha^5 + 62,95\alpha^4 - 173,8\alpha^3 + 185,6\alpha^2 - 70,07\alpha + 0,003849), \quad (20)$$

де

$$V = (\alpha - 1,176)(\alpha - 1,991)(\alpha^2 + 7,192\alpha + 12,93) \times \\ \times (\alpha^2 + 0,001054\alpha + 0,0002199) \times \\ \times (\alpha^2 - 1,821\alpha + 0,8465)(\alpha^2 - 2,670\alpha + 2,503) \times \\ \times (\alpha^2 - 4,324\alpha + 5,978)(\alpha^2 - 7,084\alpha + 12,85).$$

Аналогічні результати можна одержати і у випадку, коли осевий перетин розташований у площині рівня $z=q$. Це буде тоді, коли теплоприймач розташовано паралельно осі обертання факелу полум'я.

Твердження 10. Нехай $R=R(\alpha)$ є полярним рівнянням осевого перетину, що розташовано на площині рівня $z=q$, при чому, полюс має координати (x_0, y_0) . Тоді описом RP-проекції осевого перетину будуть вирази:

$$x(\alpha) = \frac{R(\alpha)\cos \alpha + x_0}{\sqrt{q^2 + R^2(\alpha) + x_0^2 + y_0^2 - 2R(\alpha)(x_0 \cos \alpha + y_0 \sin \alpha)}};$$

$$y(\alpha) = \frac{R(\alpha)\sin \alpha + y_0}{\sqrt{q^2 + R^2(\alpha) + x_0^2 + y_0^2 - 2R(\alpha)(x_0 \cos \alpha + y_0 \sin \alpha)}}. \quad (21)$$

Було складено програму для аналітичного опису та побудови зображень RP-проекції розглянутого випадку. На рис. 11 наведено приклади виконання програми.

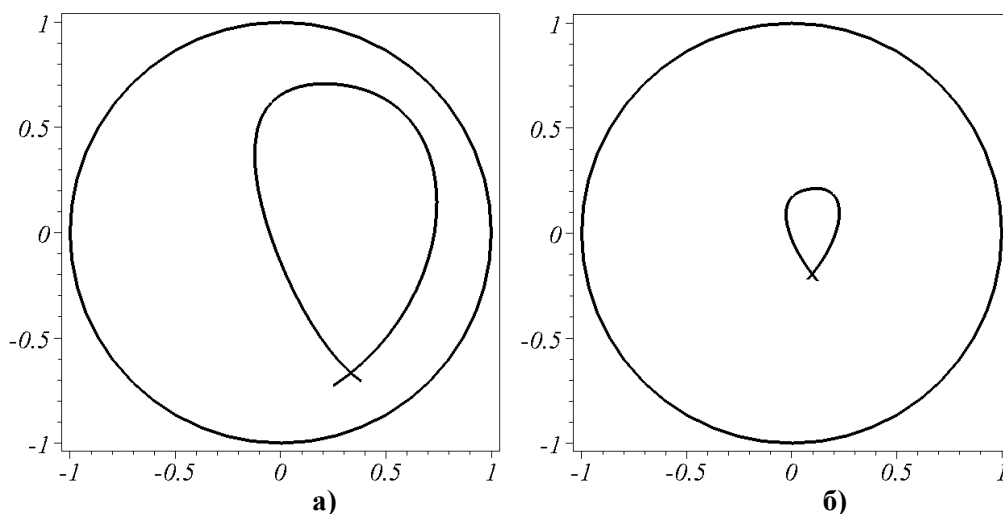


Рис. 11. Зображення RP-проекції для випадку формул (21): а – $q=10$: $x_0=5$: $y_0=-10$: б – $Q=50$: $x_0=5$: $y_0=-10$

Твердження 11. Площу RP-проекції, яку обмежено кривою (20) або (21), можна обчислити за допомогою формули:

$$F_{A-dB} = \frac{1}{2} \int_{0,9}^{2,24} (x(\alpha)y'(\alpha) - y(\alpha)x'(\alpha))d\alpha. \quad (22)$$

Було складено дві програми, які дозволили спростити підінтегральні вирази у формулі (22). Зазначимо, що у подальшому за допомогою виразів (22) доцільно обчислювати локальні ККВ.

Твердження 12. Якщо рівняння кривої є (19), то підінтегральний вираз у формулі (22) має вигляд:

$$p \frac{\frac{\partial R}{\partial \alpha} \cos \alpha - R(\alpha) \sin \alpha}{p^2 + R^2(\alpha)}. \quad (23)$$

Твердження 13. Якщо рівняння кривої є (21), то підінтегральний вираз у формулі (22) має вигляд:

$$\frac{R^2(\alpha) + \frac{\partial R}{\partial \alpha} (x_0 \sin \alpha - y_0 \cos \alpha) + R(\alpha)(x_0 \cos \alpha + y_0 \sin \alpha)}{q^2 + R^2(\alpha) + x_0^2 + y_0^2 + 2R(\alpha)(x_0 \cos \alpha + y_0 \sin \alpha)}. \quad (24)$$

В результаті були отримані описи RP-проекції осевого перетину поверхні обертання як факелу полум'я. Це дозволить обчислювати величин теплового потоку, що випромінюється поверхнею обертання і яке досягає заданої фігури на площині, перпендикулярній координатній.

7. Розробка схеми обчислення інтегральних кутових коефіцієнтів випромінювання

У попередніх пунктах показано, як за допомогою виразів $x = x(\alpha)$ і $y = y(\alpha)$ описати RP-проекції осевого перетину факела. При цьому обчислення локальних ККВ для різних $x = p$ здійснено за формулою:

$$F_{A-dB} = \frac{1}{2\pi} \int_{p_1}^{p_2} (x(\alpha)y'(\alpha) - y(\alpha)x'(\alpha))d\alpha. \quad (25)$$

Тут границі інтегрування трактуються як межі фігури RP-проекції. Після обчислень одержимо значення локального ККВ у довільній точці А. Це значення, як довжину відрізка АВ, відкладемо з точки А вздовж осі Oz. У результаті одержимо графік Г розподілу значень локальних ККВ на осі Ox (рис. 12).

Враховуючи, що фігура G є осевим перетином поверхні обертання, дійдемо висновку, що графік розподілу локальних ККВ буде поверхнею обертання (де крива Г буде твірною), співвісною з факелом (рис. 13).

Зазначимо, що інтегральний ККВ для фігури G на площині Oxy можна оцінити об'ємом тіла, обмеженого площиною Oxy, графіком розподілу локальних ККВ

та горизонтально – проєкціуючою циліндричною поверхнею, у якої напрямна збігається із контуром фігури G . На рис. 14 наведено схему дискретизації графіка.

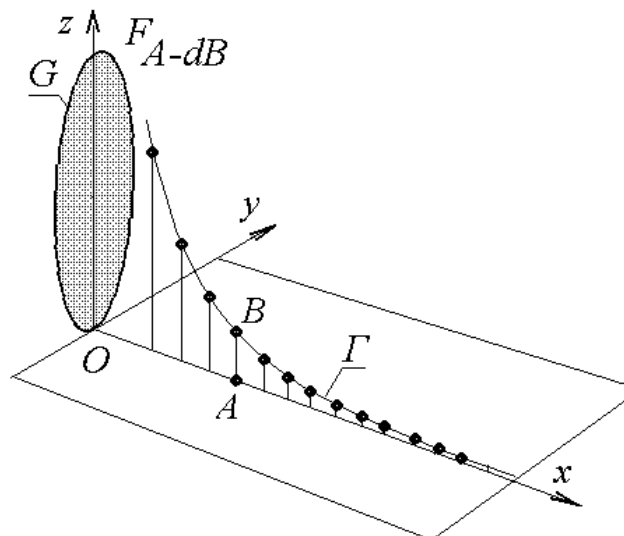


Рис. 12. Графік значень локальних ККВ

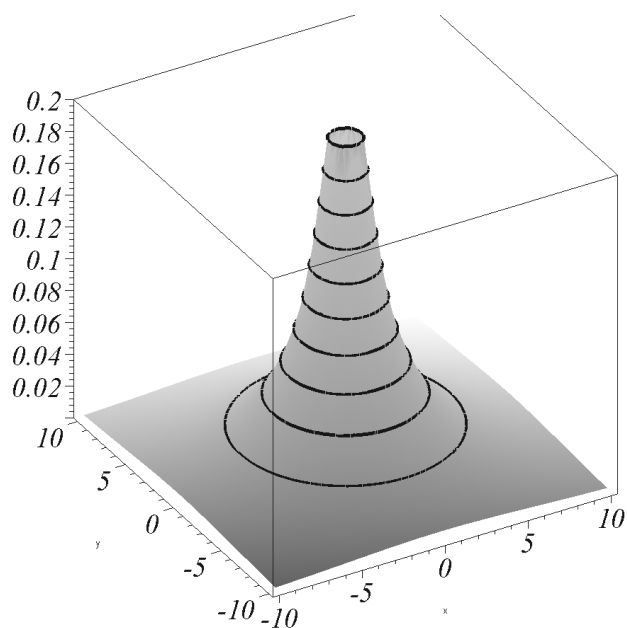


Рис. 13. Графік розподілу локальних ККВ

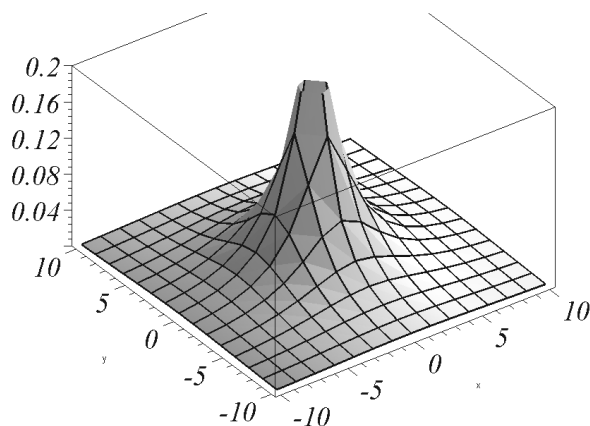


Рис. 14. Дискретизація графіка розподілу локальних ККВ

На рис. 15 зображено відсік тіла у випадку інтегрування по прямокутнику $\{4 \leq x \leq 8; 3 \leq y \leq 5\}$.

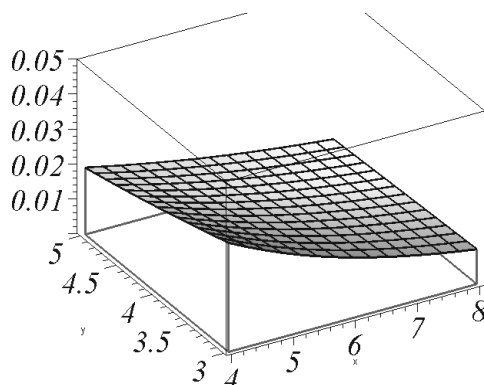


Рис. 15. Елементарний відсік об'єму

У результаті маємо формулу для обчислення інтегральних ККВ у вигляді:

$$F_{A-B} = \frac{1}{A} \int_A F_{A-dB}(\sqrt{x^2 + y^2}) dx dy . \quad (26)$$

Формулу для обчислення інтегральних коефіцієнтів випромінювання можна використовувати для оцінки теплового потоку, яке утворюється навколо факела полум'я внаслідок теплового випромінювання.

8. Обговорення результатів розробки способу наближеного обчислення кутових коефіцієнтів випромінювання

Отримані результати пояснюються існуючим зв'язком між рівняннями елементів поверхні обертання та їх радіально-паралельними проекціями. Цей зв'язок реалізовано за допомогою аналітичних виразів.

Особливості запропонованого методу і отриманих результатів в порівнянні з існуючими полягають в наступному. Для реалізації традиційного методу Нусельта необхідно обчислювати площу фігури RP-проекції на координатній площині, розташовану в межах круга одиничного радіуса. При цьому виникають питання вибору величини кроків на растровій сітці, накладеної на фігуру RP-проекції. Величини цих кроків апріорі не співставлені з відстанями між фігурою-теплоприймачем і поверхнею обертання як факелом полум'я.

В розглянутому способі нема потреби використовувати растрову сітку точок для оцінки величини площі фігури RP-проекції. Такі оцінки одержуються завдяки точній побудові контурів RP-проекції за допомогою наведених формул. Зазначені контури визначатимуть межі «звичайного» інтегрування. При цьому на точність обчислення кутових коефіцієнтів випромінювання впливатиме не метод Нусельта, а властивості обраного способу інтегрування. В якості приклада наведено рис. 5, де зображено радіально-паралельну проекцію факелу, яка складається з двох кривих. Ці криві доцільно обрати границями «звичайного» інтегрування. При цьому графік розподілу локальних кутових коефіцієнтів випромінювання буде поверх-

нею обертання, співвісною з факелом (рис. 13). На рис. 14 наведено схему дискретизації графіка. А на рис. 15 зображено відсік тіла у випадку інтегрування по заданому прямокутнику. Для прямокутника інтегральний ККВ можна оцінити об'ємом зазначеного відсіку тіла.

Труднощі даного підходу до обчислення кутових коефіцієнтів виникнуть у випадку, коли джерелами випромінювання будуть декілька об'єктів одночасно. Знайти їх RP- проекції вдасться з використанням спеціальних математичних засобів оперування з аналітичними виразами, наприклад, використовуючи елементи R-функцій.

Розвиток проведеного дослідження доцільно спрямувати на моделювання ситуацій, які можуть виникнути в процесі ліквідації пожежі. Для цього доцільно створити пакет програм зі зручним інтерфейсом (типу 3d Studio). Такий пакет програм призначений для моделювання теплового випромінювання факела полум'я для прямокутних (як приклад) площин приймачів тепла (тобто поверхонь будівель). При цьому залежно від наявності віртуального (тобто абстрактного, реально не існуючого) факелу вогню необхідно одержати можливі рекомендації стосовно мінімізації його впливу на оточуючі споруди. При цьому слід вважати, що пожежна небезпека аварії у певній точці газопроводу є величиною, яка пропорційна величині сумарного теплового потоку, що надходить на кожну зі звернених до пожежі поверхонь будівель. При цьому необхідно враховувати фактор взаємного затінення об'єктів.

В подальшому така інформація допоможе приймати виважені рішення щодо трасування нових ниток газопроводів в умовах їх оточуючих споруд. А також при плануванні новобудов в межах впливу існуючих газопроводів. Крім того, інформація про теплове поле навколо факела полум'я необхідна при розрахунках конструкції пожежного спорядження, захисних екранів, а також при розрахунках протипожежних розривів і безпечних відстаней для бойових дій пожежних. Тобто описаний підхід дозволяє розв'язувати питання, пов'язані з тепловим випромінюванням факела полум'я. А саме, моделювання ситуацій і надання рекомендацій стосовно мінімізації впливу теплового потоку на оточуючі споруди. Кінцевою метою стане створення загального алгоритму обчислення інтегральних ККВ при променевій теплопередачі від факела полум'я у вигляді поверхні обертання до системи фігур на площинах, розташованих паралельно або перпендикулярно відносно великої осі еліпсоїда.

9. Висновки

1. Описано радіально-паралельні проекції співвісних кіл, розташованих на відповідних площинах рівня поверхні обертання (факела полум'я). Для цього рівняння радіально-паралельну проекцію круга (1) використано для знаходження площі фігури (2), що дозволило одержати формулу (3) для обчислення локального кутового коефіцієнта випромінювання. Цей вираз збігається з формулою у довіднику [14]. Аналогічні твердження одержано і випадку, коли кола задано у неявному (4) або у параметричному вигляді (5). Врахувавши обвідні параметричної

сім'ї кривих, описаних рівняннями (4) або (5), одержимо вирази (15), які дозволять обчислити площу радіально-паралельні проекції і знайти значення локального кутового коефіцієнта випромінювання.

2. Для поширення ідеї метода Нусельта описано радіально-паралельні проекції осевого перетину поверхні обертання. Для спрощення вважатимемо, що тепловий потік, який надходить від поверхні факела полум'я до поверхні теплоприймача мало відрізнятиметься від теплового потоку, який надходить від абстрактного осевого перетину (контуру) поверхні факела полум'я. Для опису осевого перетину доцільно застосувати полярні координати. Формула (20) описує радіально-паралельні проекції осевого перетину. Формула (22) дозволяє обчислити шукані локальні радіально-паралельні проекції для випадку завдання осевого перетину поверхні обертання.

3. Розроблено схему обчислення інтегральних кутових коефіцієнтів випромінювання для розглянутого випадку джерела тепла. Значення інтегрального кутового коефіцієнта випромінювання для фігури G на площині Oxy можна оцінити об'ємом тіла, обмеженого площиною Oxy , графіком розподілу локальних кутових коефіцієнтів випромінювання та горизонтально – проекціуючою циліндричною поверхнею з напрямною u вигляді контуру фігури G . Наведено формулу (26) для обчислення інтегральних кутових коефіцієнтів випромінювання. При цьому графіці інтегрування визначаються за допомогою одержаних формул.

Література

1. Makarov A. N. Theory of radiative heat exchange in furnaces, fire boxes, combustion chambers is replenished by four new laws. *Science Discovery*. 2014. Vol. 2(2). P. 34–42. doi: 10.11648/j.sd.20140202.12

2. Makarov A. N. Calculations of heat transfer in torch furnaces under the laws of radiation from gas volumes. *Journal of applied physics & nanotechnology*. 2019. Vol. 2(1). P. 1–10. doi: 10.4236/wjet.2016.43049

3. Makarov A. N. Modeling of a torch and calculations of heat transfer in furnaces, fire boxes, combustion chambers. Part I. Calculations of radiation from solids and gas volumes by the laws of radiation from solid bodies. *International Journal of Advanced Engineering Research and Science*. 2016. Vol. 3(12). P. 44–48. doi: 10.22161/ijaers/3.12.9

4. Makarov A. N. Modeling of a torch and calculations of heat transfer in furnaces, fire boxes, combustion chambers. Part II. Calculations of radiation from gas volumes by the laws of radiation from cylinder gas volumes. *International Journal of Advanced Engineering Research and Science*. 2016. Vol. 3(12). P. 49–54. doi: 10.22161/ijaers/3.12.10

5. Makarov A. N. Regularities of heat transfer in the gas layers of a steam boiler furnace flame. Part II. Gas layer radiation laws and the procedure for calculating heat transfer in furnaces, fire boxes, and combustion chambers developed on the basis of these laws, thermal engineering. *Thermal Engineering*. 2014. Vol. 61(10). P. 717–723.

6. Makarov A. N. Determination of angular coefficients of thermal radiation of a torch on a heating surface, arranged parallel to the axis of the torch. *JP Journal of Heat*

and Mass Transfer. 2020. Vol. 21(2). P. 251–262. doi: 10.17654/HM021020251

7. Skovorodkin A. I. Calculating angular radiation coefficients by the method of flow algebra. Journal of engineering physics. 1976. Vol. 30. P.722–724.

8. Diaconu B., Cruceru M., Paliță V., Racoceanu C. Radiative heat transfer equation in systems of grey-diffuse surfaces separated by non-participating media. 50 years University of Mining and Geology «St. Ivan Rilski». Part II. Mining and Mineral Processing. 2003. Vol. 46. P. 243–246.

9. Dulskiy E., Ivanov P., Khudonogov A., Kruchek V., Khamnaeva A. Method of infrared reflectors choice for electrotechnical polymeric insulation energy-efficient drying. International Scientific Conference Energy Management of Municipal Facilities and Sustainable Energy Technologies. 2019. P. 515–529.

10. Kabakov Z., Gabelaya D. Calculation of the angular coefficient of thermal radiation from the surface of continuous casting billet onto the support rollers with the screening effect of adjacent rollers. International Journal Of Applied And Fundamental Research. 2013. № 2. URL: <http://www.science-sd.com/455-24249>

11. González M. M., Hinojosa J. F., Estrada C. A. Numerical study of heat transfer by natural convection and surface thermal radiation in an open cavity receiver. Solar Energy. April 2012. Vol. 86(4). P. 1118–1128.

12. Попов В. М. Метод оцінки теплового потоку, що випромінюється поверхнею обертання як факелом полум'я. Автореф. дис. к.т.н. спец. 05.01.01, 2002, URL: https://revolution.allbest.ru/programming/00429032_0.html

13. Попов В. М., Куценко Л. М., Семенова-Куліш В. В. Метод оцінки теплового потоку, що випромінюється еліпсоїдом як факелом полум'я. Харків: ХІПБ МВС України, 2000. 144 с.

14. Блох А. Г., Журавлев Ю. А., Рьжков Л. Н. Теплообмен излучением. Справочник. М.: Энергоатомиздат, 1991. 432 с.

L. Kutsenko, DSc, Professor, Professor of the Department

A. Kalinovsky, PhD, Associate Professor, Head of the Department

E. Sukharkova, Lecturer of the Department

B. Svitlana, PhD, Teacher-Methodologist

*M. Zhuravskij, PhD, Associate Professor, Deputy Head of the Centre - Head of the Department
National University of Civil Defence of Ukraine, Kharkiv, Ukraine*

DETERMINATION BASED ON THE NUSSELT METHOD HEAT FLOW FROM SURFACE ROTATION

An approximate method for the numerical determination of the heat flux, which is radiated by a surface of revolution, and which reaches a figure of a given shape on the coordinate plane, is considered. The method is based on a graphical-analytical method for an approximate estimate of the heat flux (the Nusselt method or the unit-radius sphere method). Graph-analytical actions consist in the construction and description of a radial-parallel projection of the radiation source, directed to the figure of the heat receiver. As a result, we obtain a projection of the radiation source, the area of which must be compared with the area of a circle of unit radius that envelops it. The numerical value of the ratio of these areas will determine the measure of heat that will reach a certain point in the figure of the heat sink (local angular coefficient of radiation). But the application of the Nusselt method in such a "natural" interpretation in practice is associated with difficulties in calculating the indicated areas. The reason

is the incomparable distances between the nodal points of the radial-parallel projection and the distances to the surface of revolution. To implement the Nusselt method in practice, it is necessary to generalize the scheme for describing and constructing a radially parallel projection of a radiation source. In the paper, a description of the radially parallel projection of coaxial circles located on the level planes of the surface of revolution, a description of the radially parallel projection of the axial vertical section of the surface of revolution, as well as formulas for calculating the integral angular coefficients of radiation for the considered case of surfaces are found. This problem was solved by using a projection relationship between an object and its radial-parallel projection. The results obtained can be used in practice in the form of a system for modeling and predicting emergency situations that occur on gas pipelines to assess heat flows from a virtual flame to the surfaces of buildings and structures.

Keywords: radiative heat transfer, surface of rotation, flame torch shape, Nusselt method, radial-parallel projection

References

1. Makarov, A. N. (2014). Theory of radiative heat exchange in furnaces, fire boxes, combustion chambers is replenished by four new laws. *Science Discovery*, 2(2), 34–42. doi: 10.11648/j.sd.20140202.12
2. Makarov, A. N. (2019). Calculations of heat transfer in torch furnaces under the laws of radiation from gas volumes. *Journal of applied physics & nanotechnology*, 2(1), 1–10. doi: 10.4236/wjet.2016.43049
3. Makarov, A. N. (2016). Modeling of a torch and calculations of heat transfer in furnaces, fire boxes, combustion chambers. Part I. Calculations of radiation from solids and gas volumes by the laws of radiation from solid bodies. *International Journal of Advanced Engineering Research and Science*, 3(12), 44–48. doi: 10.22161/ijaers/3.12.9
4. Makarov, A. N. (2016). Modeling of a torch and calculations of heat transfer in furnaces, fire boxes, combustion chambers. Part II. Calculations of radiation from gas volumes by the laws of radiation from cylinder gas volumes. *International Journal of Advanced Engineering Research and Science*, 3(12), 49–54. doi: 10.22161/ijaers/3.12.10
5. Makarov, A. N. (2014). Regularities of heat transfer in the gas layers of a steam boiler furnace flame. Part II. Gas layer radiation laws and the procedure for calculating heat transfer in furnaces, fire boxes, and combustion chambers developed on the basis of these laws, thermal engineering. *Thermal Engineering*, 61(10), 717–723.
6. Makarov, A. N. (2020). Determination of angular coefficients of thermal radiation of a torch on a heating surface, arranged parallel to the axis of the torch. *JP Journal of Heat and Mass Transfer*, 21(2), 251–262. doi: 10.17654/HM021020251
7. Skovorodkin, A. I. (1976). Calculating angular radiation coefficients by the method of flow algebra. *Journal of engineering physics*, 30, 722–724.
8. Diaconu, B., Cruceru, M., Paliță, V., Racocanu, C. (2003). Radiative heat transfer equation in systems of grey-diffuse surfaces separated by non-participating media. 50 years University of Mining and Geology «St. Ivan Rilski». Part II. *Mining and Mineral Processing*, 46, 243–246.
9. Dulskiy, E., Ivanov, P., Khudonogov, A., Kruchek, V., Khamnaeva, A. (2019). Method of infrared reflectors choice for electrotechnical polymeric insulation energy-efficient drying. *International Scientific Conference Energy Management of Municipal*

Facilities and Sustainable Energy Technologies, 515–529.

10. Kabakov, Z., Gabelaya, D. (2013). Calculation of the angular coefficient of thermal radiation from the surface of continuous casting billet onto the support rollers with the screening effect of adjacent rollers. *International Journal Of Applied And Fundamental Research*, 2. Available at: <http://www.science-sd.com/455-24249>

11. González, M. M., Hinojosa, J. F., Estrada, C. A. (2012). Numerical study of heat transfer by natural convection and surface thermal radiation in an open cavity receiver. *Solar Energy*, April 2012, 86(4), 1118–1128.

12. Popov V. M. (2002). Metod otsinky teplovoho potoku, shcho vyprominyuyet sya poverkhneyu obertannya yak fakelom polumya. Avtoref. dys. k.t.n. spets. 05.01.01, Available at: https://revolution.allbest.ru/programming/00429032_0.html

13. Popov, V., Kutsenko, L., Semenova-Kulish, V. (2000). Metod otsinky teplovoho potoku, shcho vyprominyuyetsya elipsoyidom yak fakelom polumya. Kharkiv: KHIPB MVS Ukrayiny, 144.

14. Blokh, A., Zhuravlev, Y., Ryzhkov, L. (1991). *Teploobmen yzluchenyem*. Spravochnyk. M.: Énerhoatomyzdat, 432.

Надійшла до редколегії: 06.03.2023

Прийнята до друку: 12.04.2023