УДК 614.8 **DOI: 10.33042/2522-1809-2023-6-180-160-167**

О.О. Попов[1], Р.В. Корнієнко[2], А.В. Білоусов[2]

[1]Центр інформаційно-аналітичного та технічного забезпечення моніторингу об'єктів атомної енергетики Національної академії наук України, Київ, Україна
[2]Національний університет цивільного захисту України, Харків, Україна

МАТЕМАТИЧНІ ЗАСОБИ ВИЗНАЧЕННЯ ДОСТАТНОСТІ ФУНКЦІОНАЛЬНОЇ СПРОМОЖНОСТІ ПОЖЕЖНИХ ПІДРОЗДІЛІВ НА ЛОКАЛЬНІЙ ТЕРИТОРІЇ

Розроблено математичні моделі для вирішення задач оптимізації кількості пожежних підрозділів та їх територіального розміщення, використання яких дозволить забезпечити високий рівень пожежної безпеки локальної території. На основі теорії потоків викликів розроблено методику розрахунку мінімально достатньої кількості пожежних підрозділів у випадку одночасного задіяння спеціальної пожежної техніки та їх геометричного розміщення на території.

Ключові слова: *пожежні підрозділи, рівень пожежної безпеки, потоки викликів, оптимальне розміщення, функціональність.*

Постановка проблеми

Однією з найважливіших функцій цивільного захисту держави в цілому та адміністративної одиниці зокрема є захист людей та мінімізація потенційних небезпек, спричинених неочікуваними загрозами життю та здоров'ю з боку різних природних або техногенних джерел. Цією діяльністю в основному займаються служби екстреного реагування, до складу яких входить пожежно-рятувальна служба. Забезпечення функціонування цих служб потребує витрачання значної кількості фінансів, що лягає значним тягарем на видаткові частини бюджетів адміністрацій, які відповідають за відповідні локальні території. При розбудові нових міст і територіальних громад та при контролі відповідності вже існуючих забудов перед адміністрацією завжди стоїть гостре питання оптимізації витрат за умов забезпечення належного рівня безпеки.

Пожежні підрозділи в кожній країні світу утворюють систему, яка захищає здоров'я і життя громадян і не може ґрунтуватися на випадковості або лише на волі та бажанні допомогти. З соціальної точки зору кожна країна намагається пропагувати бездоганність функціонування цієї системи та знайти оптимальний рівень фінансових витрат на її функціонування.

Очевидно, що всі пожежні підрозділи не можуть бути оснащені або навчені однаково, кожен пожежний підрозділ має різну функціональну спроможність. Важливим є створення системи взаємодопомоги, яка дасть можливість надавати допомогу громадянам у термін до 15 хв. До побудови такої системи має бути застосований оптимізаційний підхід, який дозволить забезпечити високу ефективність роботи шляхом визначення таких оптимальних параметрів та характеристик, як час приїзду на місце пожежі, кількість пожежних підрозділів, їх функціональна спроможність та місцерозташування.

Щоб вирішити цю проблему адміністрація локальної території і керівництво пожежною аварійно-рятувальною службою повинні мати певний науковий інструментарій. Для розробки такого інструментарію необхідно насамперед детально вивчити, по-перше, процес виникнення на території деструктивних подій різного роду, по-друге, процес реагування на них пожежних підрозділів. Тому доцільним є залучення математичного апарату з метою мінімізації кількості масштабних та коштовних експериментальних досліджень.

Таким чином, існуюча проблема полягає у невідповідності реальних загроз рівня пожежної небезпеки на локальній території функціональній спроможності пожежних аварійно-рятувальних підрозділів на цій території.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Внутрішню організацію та оснащення пожежних підрозділів системи цивільного захисту, включаючи створення та розміщення спеціальних видів і категорій пожежної техніки та підрозділів, необхідно визначати таким чином, щоб відповідна локальна територія була забезпечена достатньою кількістю сил і засобів відповідно до рівня пожежної небезпеки цієї території. З цієї точки зору оптимізація кількості та розміщення пожежних підрозділів відіграє важливу роль у ефективності функціонування загальної системи цивільного захисту держави. Кожен вид протипожежного засобу та пожежної техніки має своє експлуатаційне значення або потенціал. Наявність відповідного виду пожежної техніки та

 © Попов О.О., Корнієнко Р.В., Білоусов А.В.

обладнання визначає здатність підрозділу здійснювати заходи з гасіння пожеж і проведення рятувальних робіт під час стихійного лиха та інших надзвичайних подій, тобто визначає його функціональну спроможність. Оперативна спроможність пожежного підрозділу складається з часу виїзду після оголошення тривоги, району виїзду (території обслуговування) та часу прямування до місця пожежі. Час збору, виїзду та прямування до місця пожежі визначається нормативними актами для кожної держави. Час у дорозі пропорційний відстані, яку необхідно подолати в межах відповідної транспортної мережі [1–5]. Відповідно розміри та кордони району виїзду визначаються з урахуванням забезпечення нормативного часу прибуття на пожежу. Однак може вирішуватись і обернена задача, а саме визначення оптимальної кількості та місць розміщення пожежних підрозділів з відповідною функціональною спроможністю для обслуговування визначеної локальної території.

Пошук оптимальної дислокації сил і засобів є складним завданням для всіх осіб, які приймають рішення та відповідальних за забезпечення належного рівня безпеки на певній адміністративній території. Дослідження та розробка теоретичних та практичних методів підтримки прийняття рішень відповідальними органами при виборі місця для нового розгортання пожежних підрозділів у межах вже існуючої мережі розглянуто в роботах [6–8]. Підходи до вирішення проблеми розміщення сил, ресурсів та особового складу аварійно-рятувальних підрозділів із застосуванням математичних моделей та цілочисельного лінійного програмування запропоновано в [9, 10]. Аналіз сучасних тенденцій у науці про оптимізацію розташування, які застосовуються до рятувальних служб, розглянуті в роботах [11, 12]. У [1, 13] проведено чисельні експерименти на основі даних системи служби екстреної медичної допомоги, яка працює в регіонах Словаччини із системою самоврядування. Основні концепції моделювання з мінімізацією часу відгуку та критеріями покриття спрямовані на мінімізацію площі перекриття районів виїзду сусідніх підрозділів [2, 3].

Аналіз математичних моделей, наведених в роботі [4], показав, що існує два підходи при моделюванні: перший – використання складних моделей з великою кількістю вхідних параметрів, що дозволяє отримувати високу точність, та другий – використання спрощених (емпіричних) моделей. Відповідно кожний має свої переваги та недоліки. Для громіздких складних моделей, окрім очевидної переваги, існує і суттєвий недолік у важкості точної оцінки всіх вхідних параметрів, що зазвичай нівелює передбачену високу точність розрахунку. Спрощені моделі мають набагато меншу кількість вхідних параметрів, що дозволяє швидше отримувати необхідні результати розрахунків, проте їх точність зазвичай не є високою.

В роботах [5, 14] розглянута стійкість системи пожежної безпеки не лише до труднощів у транспортній мережі, а й як концепція реінжинірингу, який впливає на існуючу систему та обмежує кількість змін у поточному розгортанні пожежних підрозділів. В роботах [15, 16] представлено підхід до вирішення проблеми пошуку нових режимів розгортання пожежних підрозділів за допомогою двокритеріальної моделі.

Основними обмеженнями, які необхідно враховувати при вирішенні задачі забезпечення максимальної ефективності системи реагування, є кількість пожежних підрозділів, рятувальників, наявного обладнання, фінансового забезпечення, ландшафтні, комунікаційні та інші. Найпростіша концепція моделювання базується на завданні вибору заданої кількості пожежних підрозділів із набору місць-кандидатів для оптимізації заданого критерію якості. Цільова функція зазвичай приймає форму загальної або середньої некорисності, вираженої як соціальні або фінансові витрати, пропорційні відстаням, які пожежні підрозділи повинні подолати, щоб досягти відповідних точок виклику. Рівень захищеності окремого об’єкта збільшується із наближенням до пожежної частини.

Ґрунтуючись на вищезазначених припущеннях, можна відзначити, що перша концепція моделювання відповідає задачі зваженої *p*-медіани з тисячами потенційних отримувачів послуг [17]. Але кількість потенційних точок, у яких може бути розміщений пожежний підрозділ, може досягати декількох сотень або тисяч, і через це процес розв’язання може натрапити на обчислювальні межі доступних стандартних апаратних і програмних засобів. Тому актуальною та важливою науковою задачею є розробка математичного апарату, який би дозволив розв’язати дану задачу оптимізації без значних витрат часу та об’ємів комп’ютерної пам’яті на обчислювальний процес.

Мета та завдання дослідження

Метою роботи є розробка математичних моделей для визначення достатності функціональної спроможності пожежних підрозділів на певній локальній території.

Досягнення поставленої мети потребує вирішення наступних завдань:

1) розробити математичну модель для оптимізації кількості пожежних підрозділів на локальній території;

2) розробити математичну модель оптимізації геометричного розміщення пожежних підрозділів різної функціональної спроможності на локальній території.

Виклад основного матеріалу

Математична модель оптимізації кількості пожежних підрозділів. Для проєктування мережі підрозділів оперативно-рятувальних служб потрібно знати їх обсяг роботи та динаміку, розподіл викликів таких підрозділів у часі та по локальній території, закономірності використання різних технічних засобів під час обслуговування викликів, час слідування підрозділів до місця виклику, час роботи на місці виклику, загальний час зайнятості підрозділів обслуговуванням одного виклику тощо.

Для описання викликів пожежних підрозділів для ліквідації надзвичайної ситуації використаємо теорію викликів, яка добре себе зарекомендувала в практиці організації роботи телекомунікаційних систем.

Потоки викликів пожежних підрозділів описуються законом Пуассона (стаціонарним або нестаціонарним), тобто у найпростішому випадку ймовірність $P_k(\tau)$ того, що за час τ надійде рівно k викликів пожежних підрозділів умовної мережі дорівнює:

$$P_k(\tau)=\frac{(\lambda\tau)^k}{k!}e^{-\lambda\tau} \qquad (k=0,1,2,\ldots), \qquad (1)$$

де λ – середня кількість викликів за одиницю часу.

Потоки виїздів підрозділів можна описати емпіричним розподілом:

$$P\{\chi=r\}=a_r \qquad (r=0,1,2,\ldots), \qquad (2)$$

де χ – випадкова величина, що означає число тих пожежних автомобілів, що виїжджають за викликом даного типу;

a_r – емпірична ймовірність того, що за викликом поїдуть r таких автомобілів.

Основні часові характеристики процесу функціонування мережі пожежних підрозділів – це час диспетчеризації, час прямування до місця виклику, час оперативно-рятувальної роботи на місці виклику, час зайнятості підрозділів. При цьому під часом зайнятості пожежного підрозділу розуміється час від моменту виїзду з пожежної частини до моменту повернення з урахуванням виконання всіх процедур, необхідних для приведення автомобіля у готовність (заправка паливом та водою, заміна обладнання в разі потреби). Усі ці часові характеристики є неперервними випадковими величинами і описуються законом Ерланга того чи іншого порядку. Наприклад, для часу зайнятості маємо:

$$P\{\tau_{зайн}<\tau\}=1-l^{-\mu\tau}\sum_{k=0}^{r}\left[(\mu\tau)^k/k!\right], \qquad (3)$$

де $P\{\tau_{зайн}<\tau\}$ – ймовірність того, що час зайнятості $\tau_{зайн}$ менший певного значення τ;

r – порядок закону Ерланга;

$\mu=(r+1)/\tau_{сер}$ – параметр закону Ерланга;

$\tau_{сер}$ – середнє значення зайнятості пожежних підрозділів.

Однак обслуговування одного виклику є найпростішим режимом роботи системи. Найбільші складнощі виникають при організації роботи системи у випадку, коли до диспетчерського центру поступають паралельно декілька викликів з одного району обслуговування.

Імовірність P_m того, що в будь-який момент часу в межах локальної території пожежні підрозділи одночасно обслуговуватимуть m викликів, обчислюється як:

$$P_m=(\lambda\tau_{сер})^m l^{-\lambda\tau_{сер}}/m! \qquad (m=0,1,2,\ldots), \qquad (4)$$

де λ – середня кількість викликів за одиницю часу;

$\tau_{сер}$ – середня тривалість обслуговування одного виклику (передбачається, що потік викликів підпорядковується закону Пуассона з параметром λ).

Виходячи з цієї моделі, можна знайти сумарну тривалість T_m одночасного обслуговування m викликів за певний час T, частоту таких випадків і низку інших характеристик досліджуваного процесу.

Однак для визначення мінімально необхідної кількості пожежних підрозділів визначальною є математична модель одночасної зайнятості пожежних підрозділів обслуговуванням викликів, що надійшли. Враховуючи вищезазначені припущення, для цього процесу можна записати наступні формули:

$$P_0=l^{-\lambda\tau_{сер}},$$
$$P_j=\frac{\lambda\tau_{сер}}{j}\sum_{i=0}^{j-1}(j-i)a_{j-i}p_i \quad (j=1,2,3,\ldots), \qquad (5)$$

де P_j – імовірність того, що в будь-який момент часу на території одночасно зайняті j спеціальних автомобілів даного типу.

Тоді щоб визначити ймовірність того, що в місті одночасно може бути задіяно більше N однотипних пожежних автомобілів, потрібно використовувати формулу:

$$P_{>N}=1-\sum_{j=0}^{N}p_j\ . \qquad (6)$$

За результатами, отриманими вище, можна приблизно визначити мінімальну необхідну кількість пожежних автомобілів відповідного типу.

Виходячи з того, що окремий пожежний підрозділ може в себе включати декілька пожежних автомобілів різного типу, отримані вище залежності дозволяють визначати кількість пожежних підрозділів різної функціональної спроможності.

Математична модель геометричного розміщення пожежних підрозділів. Перша концепція моделювання відповідає задачі зваженої *p*-медіани з багатьма потенційними отримувачами послуг [18]. Вибірка потенційних точок простору на локальній території, в яких може бути розміщений пожежний підрозділ, може приймати значення від декількох сотень до декількох тисяч.

Таким чином, математичне моделювання такої задачі з реальними вхідними даними є доволі складною задачею, оскільки пов'язаний з цим процес розв'язання може наштовхнутися на обчислювальні обмеження наявних поширених апаратних і програмних засобів.

Процес розв'язування стандартної зваженої задачі про *p*-медіану складається з пошуку найкращого вибору рівно *p* компонентів (*p* є додатним цілим числом) із заданого кінцевого списку потенційних точок. Зазначений відбір необхідно здійснити таким чином, щоб критерій оптимізації набув свого оптимального значення. Критерій, що використовується може приймати кілька форм, але найпоширеніший може бути виражений як середня відстань між потенційними об'єктами, на яких може виникнути пожежа та найближчим пожежним підрозділом. Іншими словами, загальна техніка моделювання враховує так званого середнього одержувача послуг.

Щоб сформулювати задачу математично за допомогою лінійного програмування, необхідно ввести наступні позначення. Нехай I – множина кандидатів на розміщення пожежної частини або іншого подібного ресурсу. Набір I формується переліком вузлів мережі, які відповідають стандартам для створення пожежної частини.

Зрозуміло, що кожна пожежна частина потребує спеціальної будівлі, яка має відповідати різним технічним характеристикам та іншим аспектам. Аналогічно, нехай J представляє список отримувачів послуг. Ця множина зазвичай формується всіма населеними пунктами відповідної транспортної мережі або тими об'єктами з високим ризиком виникнення пожеж, наприклад, промисловими об'єктами. Кожен елемент множини J має вагу з невід'ємним (але не обов'язково цілим) коефіцієнтом b_j. Цей коефіцієнт може виражати кількість користувачів системи, сконцентрованих в j, або може оцінювати частоту звернень до пожежної частини з житлового будинку j. З точки зору моделювання конкретна інтерпретація цього вагового коефіцієнта не має значення. Невідповідність рівня пожежної безпеки для клієнта, який проживає в будинку j та обслуговується пожежним підрозділом i, задається у вигляді невід'ємного значення d_{ij}. Хоча цілочисельні значення мають певні переваги, будь-яке значення d_{ij} не обов'язково має бути цілим числом. Описана вище проблема відома під поняттям задачі зваженої *p*-медіани, якій приділяється багато уваги в літературі, особливо з точки зору формулювання розв'язків та ефективних алгоритмів для великих екземплярів.

У звичайній постановці задачі зваженої *p*-медіани стратегічно важливим є рішення задачі про вибір не більше p елементів (іноді потрібно точно p елементів) зі списку потенційних точок розміщення I для оптимізації заданого критерію. Вищезгадане стратегічне рішення про створення пожежної частини можна формально змоделювати бінарною змінною $y_i \in \{0, 1\}$, яка дорівнює 1, якщо пожежний підрозділ має бути розміщений в $i \in I$.

Для завершення формулювання асоційованої моделі змінні розподілу $z_{ij} \in \{0, 1\}$ вводяться для кожного елемента $i \in I$ та для кожного вузла $j \in J$, щоб призначити відповідного отримувача послуг на всій локальній території, що знаходиться в j, до пожежного підрозділу, створеного в елементі-кандидаті i зі значенням 1.

Для коректної роботи моделі змінні y_i та z_{ij} повинні задовольняти заданим правилам [18]:

$$\min \frac{\sum_{i \in I} \sum_{j \in J} b_j d_{ij} z_{ij}}{\sum_{j \in J} b_j}, \tag{7}$$

$$\sum_{i \in I} z_{ij} = 1 \ for \ j \in J, \tag{8}$$

$$\sum_{i \in I} y_i = p, \tag{9}$$

$$z_{ij} \le y_i \ \ for \ i \in I, \ j \in J, \tag{10}$$

$$y_i \in \{0, 1\} \ for \ i \in I, \tag{11}$$

$$z_{ij} \in \{0, 1\} \ for \ i \in I, \ j \in J. \tag{12}$$

Вирази (7)–(12) представляють базову модель задачі мінімізації середньої відстані від користувачів до найближчих пожежних підрозділів.

Цільова функція (7), що мінімізується, являє собою середню відстань від одержувачів послуг до найближчого пожежного підрозділу. Обмеження розподілу (8) гарантує, що кожен вузол мережі j, який обслуговується, буде прикріплений до розташованого пожежного підрозділу. Таке призначення

досягається в поєднанні з обмеженнями на з'єднання (10). Формула (9) враховує максимально можливу кількість розташованих пожежних підрозділів. Обов'язкові обмеження (11) та (12) забезпечують правильні значення змінних, що приймають рішення.

Незважаючи на те, що задача зваженої *p*-медіани здається простою для розуміння і реалізації в звичайному оптимізаційному середовищі, вона може викликати певні труднощі, якщо розв'язуваний приклад набуває занадто великого розміру. Враховуючи той факт, що модель містить дві великі матриці (вхідні дані та змінні рішення), відповідний метод гілок і меж вимагає великого обсягу пам'яті. Якщо множина кандидатів містить декілька тисяч елементів, то використання моделі (7)–(12) стає сумнівним. З іншого боку, використовуючи результати більш глибокого аналізу практичної складової цієї задачі, можна запропонувати інший спосіб моделювання.

Радіальний підхід побудований на ідеї виключення закріплених вузлів, що обслуговуються, за вже існуючими пожежними підрозділами і базується на конкретному вираженні відстаней від користувачів до найближчих пожежних частин. Для формулювання радіальної моделі позначимо символом m найбільше значення в матриці $\{d_{ij}\}$, тобто $m = max\{d_{ij}: i \in I, j \in J\}$. Будемо вважати, що відстані в матриці є цілими числами. В іншому випадку підхід покриття може бути легко скоригований [18]. Для кожного обслуговуваного вузла мережі $j \in J$ і для кожного цілого значення $v = 0, 1 \ldots m - 1$ введемо двійкову змінну $x_{jv} \in \{0,1\}$. Ця допоміжна змінна дорівнює одиниці, якщо відстань d_{j*} від обслуговуваного вузла мережі $j \in J$ до найближчого пожежного підрозділу більша за v, інакше вона приймає нульове значення. Після цього відстань d_{j*} для кожного $j \in J$ можна переформулювати у вигляді:

$$d_{j*} = \sum_{v=0}^{m-1} x_{jv} \quad для \quad j \in J . \tag{13}$$

Подібно до загальної задачі покриття множин матриця $\{a^s_{ij}\}$ має бути визначена відповідно до наступного виразу:

$$a_{ij}^{v} = \begin{cases} 1 & якщо \quad d_{ij} \le v \\ 0 & якщо \quad d_{ij} > v \end{cases} \quad для\ i \in I,\ j \in J, v = 0,1,\ldots,m-1 \tag{14}$$

Після введення всіх структур вхідних даних радіальна модель задачі може бути виражена у вигляді:

$$\min \frac{\sum_{j \in J} b_j \sum_{v=0}^{m-1} x_{jv}}{\sum_{j \in J} b_j}, \tag{15}$$

$$x_{jv} + \sum_{i \in I} a_{ij}^{v} y_i \ge 1 \ для \ \ j \in J, v = 0,1,\ldots,m-1, \tag{16}$$

$$\sum_{i \in I} y_i = p \ , \tag{17}$$

$$y_i \in \{0, 1\} \ для \ i \in I , \tag{18}$$

$$x_{jv} \in \{0,1\} \ для \ \ j \in J, v = 0,1,\ldots,m-1 . \tag{19}$$

Цільова функція (15) виражає ту саму середню відстань, що і вихідна цільова функція (7), але вона не використовує змінні розподілу. Зв'язок між змінними x_{jv} та y_i контролюється за допомогою виразів зв'язку (16). Коли принаймні один пожежний підрозділ знаходиться в радіусі v від вузла мережі j, що обслуговується, змінна x_{jv} може приймати значення нуль. Умова (17) відповідає правилу, згідно з яким найбільша кількість розміщених пожежних підрозділів не може бути перевищена. Останні два ряди обов'язкових обмежувальних вимог (18) та (19) контролюють діапазон змінних y_i та x_{jv}.

Обговорення результатів математичного моделювання оптимізації розміщення пожежних підрозділів. Якщо поглянути на модель (7)–(12), то найважливішою відправною точкою для нової моделі є обмеження (8). Зауважимо, що для кожного $j \in J$ існує лише одна змінна z_{ij}, що дорівнює одиниці. Це означає, що кожен вузол мережі, пов'язаний лише з однією наявною пожежною станцією. З точки зору оцінки цільової функції (7) не важливо знати, який пожежний підрозділ знаходиться найближче до вузла мережі j, тому що саме відстань є визначальним фактором. Якщо відомо список розташованих на локальній території пожежних підрозділів, можна легко визначити найближчий підрозділ до будь-якого вузла, що обслуговується. Таким чином, територіальну відповідність можна обчислити вторинно, і немає необхідності моделювати її за допомогою змінних розміщення. Так звана радіальна формула дозволяє виправити вищезгаданий недолік моделі розміщення (7)–(12).

Представлені моделі розміщення та радіальні моделі (7)–(12) і (15)–(19) характеризуються одним значним недоліком, який суттєво знижує їхню придатність до використання в реальному умовах. Необхідно зазначити, що система порятунку працює як система масового обслуговування. Запити на обслуговування надходять випадковим чином і їх неможливо передбачити та оцінити. Отже, найближча пожежна станція може бути тимчасово недоступною під час нового виклику, і тому не зможе прийняти заявку на обслуговування. У такій ситуації виклик задовольняється найближчою доступною пожежною

частиною, яка не обов'язково має бути найближче розташованою.

Без втрати загальності припустимо, що r найближчих пожежних станцій можуть брати участь у покритті поточного попиту на послуги, що виникає в будь-якій точці. У скоригованому критерії якості q_k означає ймовірність того, що k-та пожежна частина є найближчою, яка доступна в даний момент і може задовольнити зростаючий попит на послуги. Ця ідея значно підвищує реалістичність детермінованої моделі, оскільки вона враховує стохастичну поведінку реальної системи на певному рівні.

Висновки

1. На основі теорії викликів запропоновані моделі для обчислення оптимальної кількості пожежних підрозділів різної функціональної спроможності для забезпечення високого рівня пожежної безпеки на локальній території. Розроблені моделі можна використовувати як для найпростішого варіанта відсутності паралельних викликів, так і для великих населених пунктів, де можливі одночасні паралельні виклики для гасіння пожежі. Запропонований підхід дозволяє розраховувати не лише кількість основних пожежних автомобілів, а й кількість допоміжної техніки різного призначення, що в комплексі дозволяє визначати кількість пожежних підрозділів та їх достатню функціональну спроможність.

2. На основі базових моделей задачі про p-медіану та методів вирішення задач оптимізаційної геометрії запропонована математична модель просторового розміщення пожежних підрозділів у множині потенційно придатних для цього точок простору. Цільовою функцією розробленої моделі є мінімізаційне рівняння середньої відстані від точки потенційного екстреного виклику до точки розташування пожежного підрозділу із відповідними обмеженнями. Використовуючи даний підхід, запропонована радіальна модель, яка виключає закріплення вузлів, що обслуговуються, за вже існуючими пожежними підрозділами і базується на конкретному вираженні відстаней від користувачів до найближчих пожежних частин. Також відмічені переваги та слабкі сторони цих моделей та запропоновані шляхи їх вирішення. Перспективним є розроблення автоматизованого програмного комплексу на базі запропонованих моделей, що дозволить спростити використання отриманих в роботі теоретичних результатів широкому загалу практичних користувачів.

Література

1. *Drezner T. The gravity p-median model / T. Drezner, Z. Drezner // European Journal of Operational Research. – 2007. – Vol. 179 (3). – P. 1239–1251. – DOI: 10.1016/j.ejor.2005.04.054.*
2. *An optimization and simulation approach to emergency stations relocation / L. Janosikova, M. Kvet, P. Jankovic, L. Gabrisova // Central European Journal of Operations Research. – 2019. – Vol. 27. – P. 737–758. – DOI: 10.1007/s10100-019-00612-5.*
3. *Coverage versus response time objectives in ambulance location / L. Janosikova, P. Jankovic, M. Kvet, F. Zajacova // International Journal of Health Geographics. – 2021. – Vol. 20. – Article 32. – DOI: 10.1186/s12942-021-00285-x.*
4. *Karatas M. An analysis of p-median location problem: Effects of backup service level and demand assignment policy / M. Karatas, E. Yakıcı // European Journal of Operational Research. – 2019. – Vol. 272 (1). – P. 207–218. – DOI: 10.1016/j.ejor.2018.06.017.*
5. *Kvet M. Reengineering of the Emergency Service System under Generalized Disutility / M. Kvet, J. Janacek // Proceedings of the 7th International Conference on Operations Research and Enterprise Systems (ICORES 2018), Funchal, Madeira (Portugal), January 24–26, 2018 yr. – Setubal (Portugal) : SciTePress, 2018. – P. 85–93. – Regime of access: https://www.scitepress.org/papers/2018/66214/66214.pdf, free (date of the application: 05.11.2023).*
6. *Reuter-Oppermann M. Logistics for Emergency Medical Service systems / M. Reuter-Oppermann, P. L. van den Berg, J. L. Vile // Health Systems. – 2017. – Vol. 6. – P. 187–208. – DOI: 10.1057/s41306-017-0023-x.*
7. *Janacek J. Facility Location in Distribution Systems : monograph / J. Janacek, L. Buzna. – Zilina (Slovakia) : EDIS – Publishing House of the University of Zilina, 2007. – 142 p.*
8. *Marianov V. Location Problems in the Public Sector / V. Marianov, D. Serra // Facility Location: Applications and Theory / Z. Drezner, H. W. Hamacher. – Berlin (Germany) : Springer-Verlag, 2002. – P. 119–150. – Regime of access: https://www.researchgate.net/publication/265361887_Location_Problems_in_the_Public_Sectorf, free (date of the application: 05.11.2023).*
9. *Janosikova L. Location of Emergency Stations as the Capacitated P-Median Problem / L. Janosikova, M. Zarnay // Quantitative Methods in Economics (Multiple Criteria Decision Making XVII) : Proceedings of the International Scientific Conference, Virt (Slovakia), May 28–30, 2014 yr. – Bratislava : Vydavateľstvo EKONOM, 2014. – P. 116–122. – Regime of access: http://www.fhi.sk/files/katedry/kove/ssov/proceedings/Zbornik2014.pdf#page=117, free (date of the application: 05.11.2023).*
10. *Heuristic Solution of an Extended Double-Coverage Ambulance Location Problem for Austria / K. F. Doerner, W. J. Gutjahr, R. F. Hartl, M. Karall, M. Reimann // Central European Journal of Operations Research. – 2005. – Vol. 13 (4). – P. 325–340. – Regime of access: https://homepage.univie.ac.at/walter.gutjahr/papers/ambulance_revised.pdf, free (date of the application: 05.11.2023).*
11. *Ingolfsson A. Optimal ambulance location with random delays and travel times / A. Ingolfsson, S. Budge, E. Erkut // Health Care Management Science. – 2008. – Vol. 11. – P. 262–274. – DOI: 10.1007/s10729-007-9048-1.*
12. *Ambulance location and relocation models in a crisis / K. Schneeberger, K. F. Doerner, A. Kurz, M. Schilde // Central European Journal of Operations Research. – 2016. – Vol. 24. – P. 1–27. – DOI: 10.1007/s10100-014-0358-3.*
13. *Brotcorne L. Ambulance location and relocation models / L. Brotcorne, G. Laporte, F. Semet // European Journal of Operational Research. – 2003. – Vol. 147 (3). – P. 451–463. – DOI: 10.1016/S0377-2217(02)00364-8.*
14. *Kvet M. Computational Study of Emergency Service System Reengineering Under Generalized Disutility / M. Kvet, J. Janacek, M. Kvet // Proceedings of the 7th International Conference on Operations Research and Enterprise Systems (ICORES 2018), Funchal, Madeira (Portugal), January 24–26, 2018 yr., Revised Selected Papers. – Cham (Switzerland) : Springer, 2019. – P. 198–219. – DOI: 10.1007/978-3-030-16035-7_11.*

15. A Multi-Objective Genetic Algorithm with Path Relinking for the p-Median Problem / J. E. C. Arroyo, P. M. dos Santos, M. S. Soares, A. G. Santos // Proceedings of the 12th Ibero-American Conference on Advances in Artificial Intelligence (IBERAMIA 2010), Bahía Blanca (Argentina), November 1–5, 2010 yr. – Berlin ; Heidelberg (Germany) : Springer, 2010. – P. 70–79. – DOI: 10.1007/978-3-642-16952-6_8.
16. Janacek J. Public Service System Design With Conflicting Criteria / J. Janacek, R. Fabricius // IEEE Access. – 2021. – Vol. 9. – P. 130665–130679. – DOI: 10.1109/ACCESS.2021.3107676.
17. Grygar D. An Efficient Adjustment of Genetic Algorithm for Pareto Front Determination / D. Grygar, R. Fabricius // Transportation Research Procedia. – 2019. – Vol. 40. – P. 1335–1342. – DOI: 10.1016/j.trpro.2019.07.185.
18. Optimization of Fire Brigade Deployment by Means of Mathematical Programming / B. Leitner, M. Ballay, M. Kvet, M. Kvet. // Processes. – 2023. – Vol. 11 (4). – Article 1262. – DOI: 10.3390/pr11041262.

References

1. Drezner, T., & Drezner, Z. (2007). The gravity *p*-median model. *European Journal of Operational Research*, 179(3), 1239–1251. DOI: 10.1016/j.ejor.2005.04.054
2. Janosikova, L., Kvet, M., Jankovic, P., & Gabrisova, L. (2019). An optimization and simulation approach to emergency stations relocation. *Central European Journal of Operations Research*, 27, 737–758. DOI: 10.1007/s10100-019-00612-5
3. Janosikova, L., Jankovic, P., Kvet, M., & Zajacova, F. (2021). Coverage versus response time objectives in ambulance location. *International Journal of Health Geographics*, 20, 32. DOI: 10.1186/s12942-021-00285-x
4. Karatas, M., & Yakıcı, E. (2019). An analysis of *p*-median location problem: Effects of backup service level and demand assignment policy. *European Journal of Operational Research*, 272(1), 207–218. DOI: 10.1016/j.ejor.2018.06.017
5. Kvet, M., & Janacek, J. (2018). Reengineering of the Emergency Service System under Generalized Disutility. *Proceedings of the 7th International Conference on Operations Research and Enterprise Systems (ICORES 2018)* (pp. 85–93). SciTePress. Retrieved from https://www.scitepress.org/papers/2018/66214/66214.pdf
6. Reuter-Oppermann, M., Van den Berg, P. L., & Vile, J. L. (2017). Logistics for Emergency Medical Service systems. *Health Systems*, 6, 187–208. DOI: 10.1057/s41306-017-0023-x
7. Janacek, J., & Buzna, L. (2007). *Facility Location in Distribution Systems*. EDIS – Publishing House of the University of Zilina.
8. Marianov, V., & Serra, D. (2002). Location Problems in the Public Sector. In Z. Drezner, & H. W. Hamacher (Eds.), *Facility Location: Applications and Theory* (pp. 119–150). Springer-Verlag. Retrieved from https://www.researchgate.net/publication/265361887_Location_Problems_in_the_Public_Sectorf
9. Janosikova, L., & Zarnay, M. (2014). Location of Emergency Stations as the Capacitated P-Median Problem. *Proceedings of the International Scientific Conference 'Quantitative Methods in Economics (Multiple Criteria Decision Making XVII)'* (pp. 116–122). Vydavateľstvo EKONOM. Retrieved from http://www.fhi.sk/files/katedry/kove/ssov/proceedings/Zbornik2014.pdf#page=117
10. Doerner, K. F., Gutjahr, W. J., Hartl, R. F., Karall, M., & Reimann, M. (2005). Heuristic Solution of an Extended Double-Coverage Ambulance Location Problem for Austria. *Central European Journal of Operations Research*, 13(4), 325–340. Retrieved from https://homepage.univie.ac.at/walter.gutjahr/papers/ambulance_revised.pdf
11. Ingolfsson, A., Budge, S., & Erkut, E. (2008). Optimal ambulance location with random delays and travel times. *Health Care Management Science*, 11, 262–274. DOI: 10.1007/s10729-007-9048-1
12. Schneeberger, K., Doerner, K. F., Kurz, A., & Schilde, M. (2016). Ambulance location and relocation models in a crisis. *Central European Journal of Operations Research*, 24, 1–27. DOI: 10.1007/s10100-014-0358-3
13. Brotcorne, L., Laporte, G., & Semet, F. (2003). Ambulance location and relocation models. *European Journal of Operational Research*, 147(3), 451–463. DOI: 10.1016/S0377-2217(02)00364-8
14. Kvet, M., Janacek, J., & Kvet, M. (2019). Computational Study of Emergency Service System Reengineering Under Generalized Disutility. *Proceedings of the 7th International Conference on Operations Research and Enterprise Systems (ICORES 2018), Revised Selected Papers* (pp. 198–219). Springer. DOI: 10.1007/978-3-030-16035-7_11
15. Arroyo, J. E. C., Dos Santos, P. M., Soares, M. S., & Santos, A. G. (2010). A Multi-Objective Genetic Algorithm with Path Relinking for the p-Median Problem. *Proceedings of the 12th Ibero-American Conference on Advances in Artificial Intelligence (IBERAMIA 2010)* (pp. 70–79). Springer. DOI: 10.1007/978-3-642-16952-6_8
16. Janacek, J., & Fabricius, R. (2021). Public Service System Design With Conflicting Criteria. *IEEE Access*, 9, 130665–130679. DOI: 10.1109/ACCESS.2021.3107676
17. Grygar, D., & Fabricius, R. (2019). An Efficient Adjustment of Genetic Algorithm for Pareto Front Determination. *Transportation Research Procedia*, 40, 1335–1342. DOI: 10.1016/j.trpro.2019.07.185
18. Leitner, B., Ballay, M., Kvet, M., & Kvet, M. (2023). Optimization of Fire Brigade Deployment by Means of Mathematical Programming. *Processes*, 11(4), 1262. DOI: 10.3390/pr11041262

Рецензент: д-р техн. наук, проф. О.Є. Басманов, Національний університет цивільного захисту України, Україна.

Автор: ПОПОВ Олександр Олександрович
доктор технічних наук, професор, член-кореспондент НАН України, в. о. директора
Центр інформаційно-аналітичного та технічного забезпечення моніторингу об'єктів атомної енергетики Національної академії наук України
E-mail – m.kustov.nuczu@gmail.com
ID ORCID: https://orcid.org/0000-0002-5065-3822

Автор: КОРНІЄНКО Руслан Валерійович
кандидат технічних наук, науковий співробітник
Національний університет цивільного захисту України
E-mail – kornienkoruslan56@gmail.com

Автор: БІЛОУСОВ Анатолій Володимирович
викладач кафедри
Національний університет цивільного захисту України
E-mail – bilousovav@gmail.com

MATHEMATICAL MEANS OF DETERMINING THE SUFFICIENCY OF THE FUNCTIONAL CAPACITY OF FIRE DEPARTMENTS IN THE LOCAL AREA

O. Popov[1], R. Korniienko[2], A. Bilousov[2]

[1]Centre for Information, Analytical and Technical Support for Monitoring of Nuclear Energy Facilities of the National Academy of Sciences of Ukraine, Kyiv, Ukraine

[2]National University of Civil Protection of Ukraine, Kharkiv, Ukraine

The paper addresses the topical issue of fire safety concerning optimising the number and territorial location of fire departments. The ultimate goal of this optimisation is to minimise the cost associated with creating and maintaining fire departments within a particular administrative territory while ensuring the required level of fire safety for all users, whether residential or industrial facilities. In solving this problem, we consider options for different functional capacities of fire departments involving various combinations of specialised firefighting vehicles and equipment. To determine the minimum necessary number of fire units, we have developed a mathematical model based on models of simultaneous parallel calls. The model uses a probabilistic approach to estimating the number of calls per unit of time. In our effort to optimise the deployment of fire units within local areas, the article introduces an optimisation geometry model, which searches for conditions that cover the entire range of potentially suitable deployment points. To address this complex issue, we propose a method known as the weighted p-median problem, which allows us to represent the array of potential fire incident locations and the potential points for deploying fire units using two matrices. The determining criterion is the distance between the caller and the fire department, as it is the distance that determines the time of arrival of the department to the place of call. The arrival time of the fire department to the call location is the key indicator of the quality of service per most regulatory documents from different countries worldwide. The use of the proposed mathematical models as a theoretical basis for designing new buildings in cities and administrative districts or for checking compliance with safety standards will allow the administrations of the respective territories to reduce the costs of creating and maintaining fire departments while preserving the required level of fire safety. Furthermore, to simplify the use of the obtained theoretical results, there is potential to develop an automated software package based on the proposed models. Such a tool would extend the accessibility of our results to a broad audience, including practitioners and decision-makers.

Keywords: *fire departments, fire safety level, call flows, optimal placement, functionality*.