УДК 514.18

В.М. Комяк, д.т.н., проф.,
О.М. Соболь, д.т.н., с.н.с.,
А.В. Попова

АНАЛІТИЧНИЙ ОПИС ФРАГМЕНТІВ КОНТУРУ ДОТИКУ ДВОХ ПЛОСКИХ ГЕОМЕТРИЧНИХ ОБ'ЄКТІВ З КУСОЧНО-НЕЛІНІЙНИМИ ГРАНИЦЯМИ

Національний університет цивільного захисту України (м. Харків)

В даній роботі наведено підхід, що дозволяє одержати аналітичний опис взаємодії двох плоских геометричних об'єктів з кусочно-нелінійними границями. У якості прикладів показано побудову фрагментів контуру дотику двох парабол.

Постановка проблеми. При розробці методів геометричного моделювання оптимізаційного розміщення геометричних об'єктів (задачі пакування та розкрою) однією з найскладніших проблем є отримання аналітичного опису взаємодії зазначених об'єктів. З метою вирішення даної проблеми професором Ю.Г. Стояном було створено математичний апарат Φ-функції, який характеризує взаємодію геометричних об'єктів. Так, на теперішній час отримано аналітичний запис Φ-функції для багатьох класів двовимірних та тривимірних геометричних об'єктів: об'єктів з кусочно-лінійними границями, кіл, циліндрів, сфер тощо. Разом з тим, підхід до побудови Φ-функції для плоских геометричних об'єктів з кусочно-нелінійними границями є не дослідженим. Слід відзначити, що велике практичне значення має побудова 0-рівня Φ-функції, тобто контуру, який описує дотик пари геометричних об'єктів. У зв'язку з цим, актуальною задачею, що сприятиме вирішенню проблеми аналітичного опису взаємодії плоских геометричних об'єктів з кусочно-нелінійними границями (в даному дослідженні у якості елементів границі розглядаються фрагменти плоских кривих 2-го порядку), є побудова фрагментів контуру дотику зазначених об'єктів.

Аналіз основних досліджень і публікацій. Поняття Ф-функції та її основні властивості наведено в роботах професора Стояна Ю.Г., наприклад в [1]. В роботі [2] наведено метод побудови 0-рівня Φ - функції для плоских геометричних об'єктів з кусочно-лінійними границями. Аналітичний вигляд Φ - функції для деяких класів геометричних об'єктів наведено в [3]. Підхід до побудови елементів 0-рівня Φ - функції для плоских геометричних об'єктів з кусочно-нелінійними границями наведено в [4]. В роботі [5] розглянуто метод побудови 0-рівня Φ - функції для плоских геометричних об'єктів з кусочно-нелінійними границями. В даній роботі необхідно розробити підхід, що дозволить одержати аналітичний опис фрагментів контуру дотику двох плоских геометричних об'єктів з кусочно-нелінійними границями.

Основна частина. Нехай у просторі R^2 задано два орієнтованих геометричних об'єкта $S_1(x_1, y_1)$ та $S_2(x_2, y_2)$ з кусочно-нелінійними границями. Елементами границь даних об'єктів, наприклад, є фрагменти парабол l_1 та l_2 (з параметрами, відповідно, p_1 і p_2), що в локальних системах координат об'єктів S_1 та S_2 мають вигляд:

$$l_1: (x_1 - a_1)^2 - 2p_1(y_1 - b_1) = 0;$$
$$l_2: (x_2 - a_2)^2 - 2p_2(y_2 - b_2) = 0.$$

Зафіксуємо об'єкт $S_1(x_1, y_1)$ і розглянемо випадок трансляції з дотиком l_2 відносно l_1 (рис. 1), причому $p_1 > p_2$.

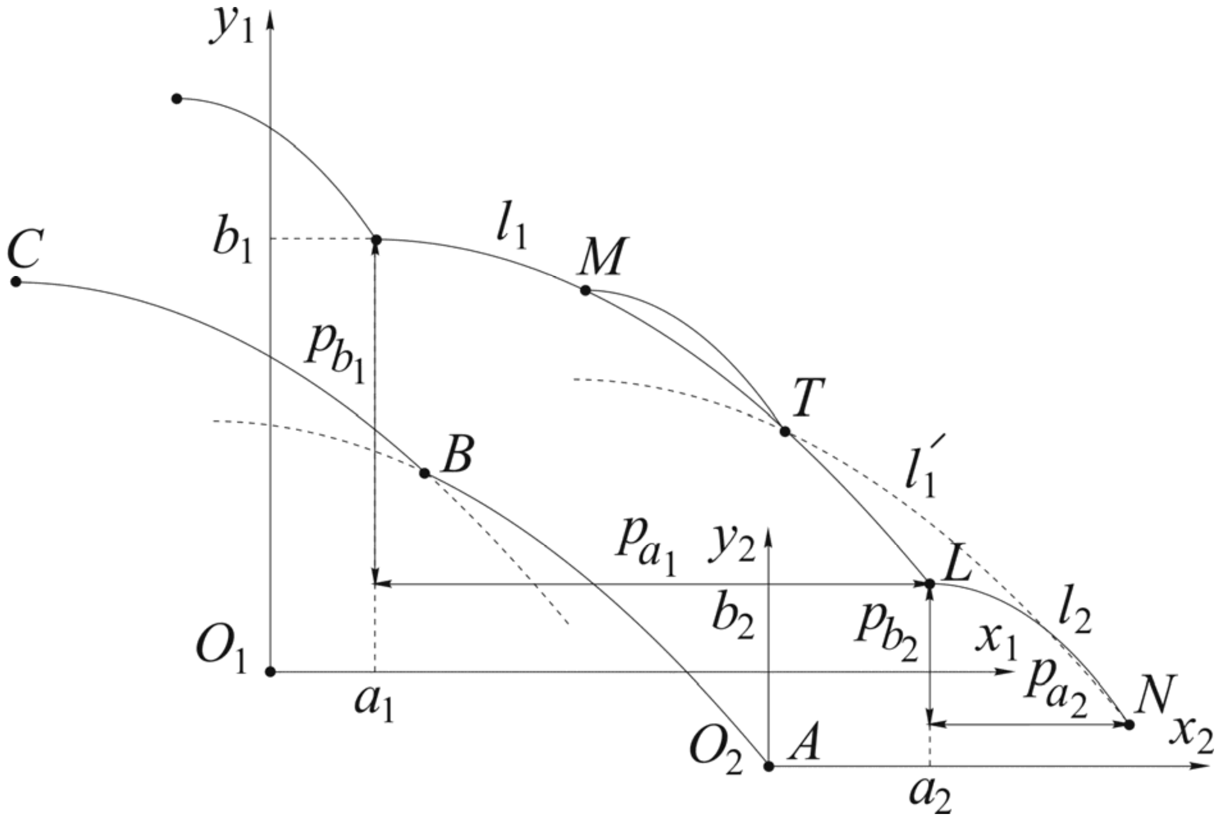

Рис. 1.

Для аналітичного опису фрагменту контуру торкання $S_1(x_1, y_1)$ та $S_2(x_2, y_2)$, необхідно отримати рівняння траєкторії руху точки O_2 (початок локальної системи координат об'єкта $S_2(x_2, y_2)$) в системі координат $x_1O_1y_1$, а потім записати відповідні рівняння в глобальній системі координат.

Очевидно, що траєкторія руху точки O_2 буде складатися з двох фрагментів кривих AB і BC, рівняння яких в глобальній системі координат мають вигляд:

$$AB: \left(x_2 - x_1 - a_1 + a_2\right)^2 - 2p_1\left(y_2 - y_1 - b_1 + b_2\right) = 0; \tag{1}$$
$$x_2 \in \left[x_1 + x_T - a_2 - p_{a_2}; x_1 + a_1 - a_2 + p_{a_1}\right];$$
$$y_2 \in \left[y_1 + b_1 - b_2 - p_{b_1}; y_1 + y_T - b_2 + p_{b_2}\right];$$

$$BC: \left(x_2 - x_1 - a_1 + a_2 + p_{a_2}\right)^2 - 2p_1\left(y_2 - y_1 - b_1 + b_2 - p_{b_2}\right) = 0; \tag{2}$$
$$x_2 \in \left[x_1 + a_1 - a_2 - p_{a_2}; x_1 + x_T - a_2 - p_{a_2}\right];$$
$$y_2 \in \left[y_1 + y_T - b_2 + p_{b_2}; y_1 + b_1 - b_2 + p_{b_2}\right].$$

Необхідно відзначити, точка $T\left(x_T, y_T\right)$ є точкою перетину кривих l_1 та l_1' (рис. 1), причому $p_1' = p_1$.

Розглянемо випадок, що наведений на рис. 2 ($p_1 > p_2$). На відміну від попереднього (рис. 1), точки T і L співпадають. Точка O_2 рухається по траєкторії, що складається з фрагментів кривих AB, BC і CD, рівняння яких в глобальній системі координат мають вигляд:

$$AB: \left(x_2 - x_1 - a_1 + a_2\right)^2 - 2p_1\left(y_2 - y_1 - b_1 + b_2\right) = 0; \tag{3}$$
$$x_2 \in \left[x_1 + x_M - a_2; x_1 + a_1 - a_2 + p_{a_1}\right];$$
$$y_2 \in \left[y_1 + b_1 - b_2 - p_{b_1}; y_1 + y_M - b_2\right];$$

$$BC: \left(x_2 - x_1 - a_1 + a_2 - p_{a_1}\right)^2 + 2p_2\left(y_2 - y_1 - b_1 + b_2 + p_{b_1}\right) = 0; \tag{4}$$
$$x_2 \in \left[x_1 + a_1 - a_2 + p_{a_1} - p_{a_2}; x_1 + x_M - a_2\right];$$
$$y_2 \in \left[y_1 + y_M - b_2; y_1 + b_1 - b_2 - p_{b_1} + p_{b_2}\right];$$

$$CD: \left(x_2 - x_1 - a_1 + a_2 - p_{a_2}\right)^2 - 2p_1\left(y_2 - y_1 - b_1 + b_2 - p_{b_2}\right) = 0; \tag{5}$$
$$x_2 \in \left[x_1 + a_1 - a_2 - p_{a_2}; x_1 + a_1 - a_2 + p_{a_1} - p_{a_2}\right];$$
$$y_2 \in \left[y_1 + b_1 - b_2 - p_{b_1} + p_{b_2}; y_1 + b_1 - b_2 + p_{b_2}\right].$$

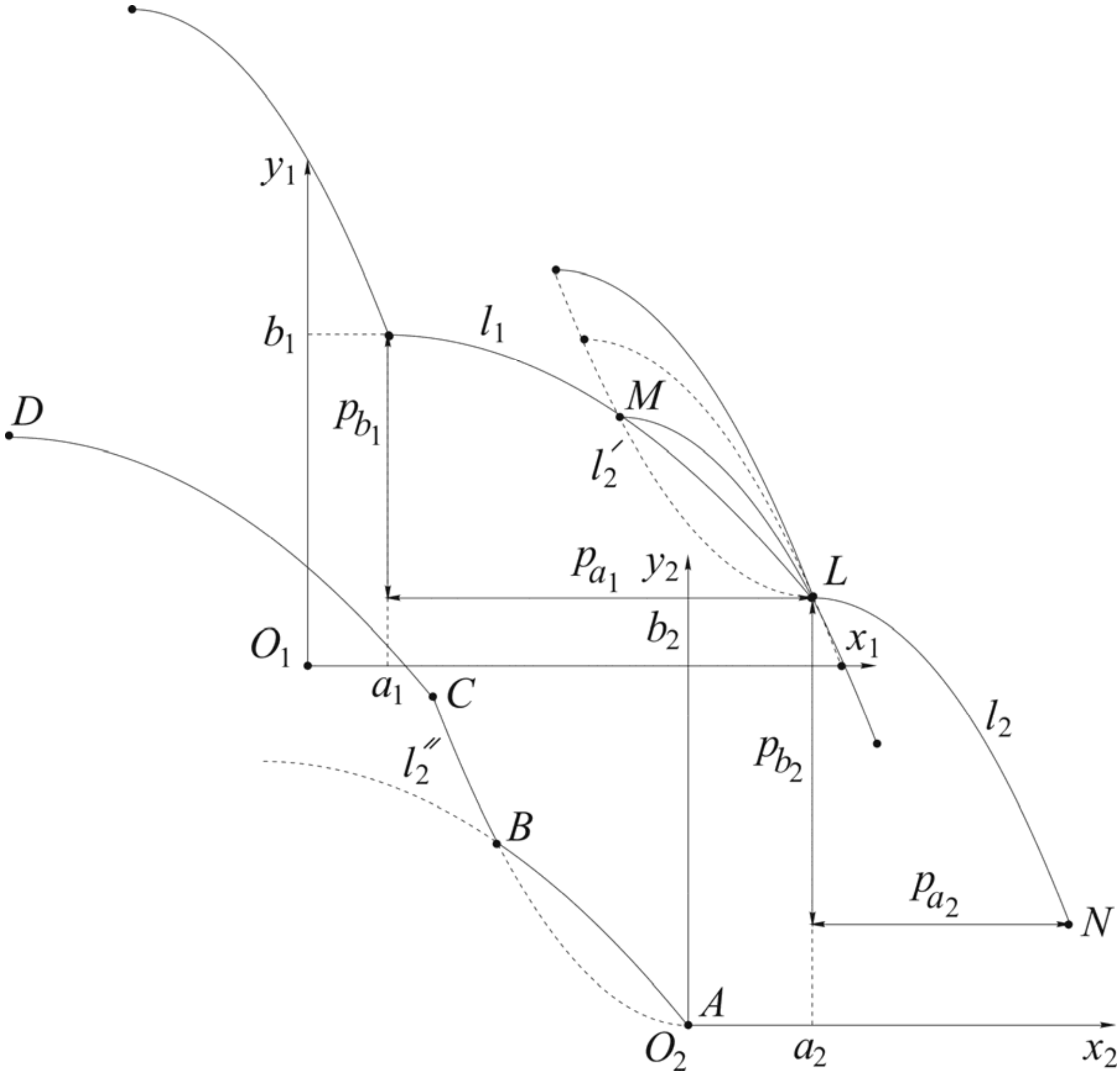

Рис. 2.

Слід зауважити, що точка $M\left(x_M, y_M\right)$ є точкою перетину кривих l_1 та l_2' (рис. 2), причому рівняння l_2' в локальній системі координат $x_1O_1y_1$ має вигляд:

$$\left(x_1 - a_1 - p_{a_1}\right)^2 + 2p_2\left(y_1 - b_1 + p_{b_1}\right) = 0. \tag{6}$$

Таким чином, аналогічно до (1)÷(5), з урахуванням [4], можемо отримати елементи контурів дотику для різних фрагментів кривих 2-го порядку.

Висновки. В даній роботі наведено підхід, що дозволяє одержати аналітичні описи взаємодії фрагментів кривих 2-го порядку і, в свою чергу, аналітичний опис 0-рівня Φ-функції для об'єктів з кусочно-нелінійними границями. Подальші дослідження будуть спрямовані на розробку загального алгоритму побудови фрагментів контуру дотику плоских геометричних об’єктів з кусочно-нелінійними границями, а також методу геометричного моделювання оптимізаційного розміщення даних об’єктів.

Література

1. Стоян Ю.Г. Математические модели и оптимизационные методы геометрического проектирования / Ю.Г. Стоян, С.В. Яковлев. - К.: Наукова думка, 1986. - 268 с.

2. Элементы теории геометрического проектирования / [Яковлев С.В., Гиль Н.И., Комяк В.М. и др.]; под ред. В.Л. Рвачева - К.: Наукова думка, 1995. - 241 с.

3. Construction of a Φ-function for 2D primary objects: Prepr. / [Stoyan Y., Gil N., Romanova T., Terno J., Scheithauer G.] // MATH-NM-15-2001. Technical Universty of Dresden. – 2001. – 27 p.

4. Комяк В.М. Побудова елементів 0-рівня Ф-функції для геометричних об’єктів з нелінійною границею / В.М. Комяк, О.М. Соболь, А.В. Попова // Міжвідомчий науково-технічний збірник «Прикладна геометрія та інженерна графіка». Вип. 88 – К.: КНУБА, 2011. – С. 186-190.

5. Комяк В.М. Метод побудови 0-рівня Ф-функції для плоских геометричних об’єктів з кусочно-нелінійними границями / В.М. Комяк, О.М. Соболь, А.В. Попова // Міжвідомчий науково-технічний збірник «Прикладна геометрія та інженерна графіка». Вип. 90 – К.: КНУБА, 2012. – С. 151-155.

АНАЛИТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ФРАГМЕНТОВ КОНТУРА КАСАНИЯ ДВУХ ПЛОСКИХ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ С КУСОЧНО-НЕЛИНЕЙНЫМИ ГРАНИЦАМИ

В.М. Комяк, А.Н. Соболь, А.В. Попова

В данной работе приведен подход, позволяющий получить аналитическое описание взаимодействия двух плоских геометрических объектов с кусочно-нелинейными границами. В качестве примеров показано построение фрагментов контура касания двух парабол.

ANALYTICAL DESCRIPTION OF THE CONTOUR FRAGMENTS FOR CONTACT TWO PLANE GEOMETRIC OBJECTS WITH SECTIONAL NONLINEAR FRONTIERS

V. Komyak, A. Sobol, A. Popova

In this paper approach that allows getting analytical description of interaction two plane geometric objects with sectional nonlinear frontiers is given. The samples of construction contour fragments for contact two parabolas are showed.