

**СОВРЕМЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ
МЕХАНИКИ,
ЭНЕРГОЭФФЕКТИВНОСТЬ
СООРУЖЕНИЙ
И РЕСУРСΟΣБЕРЕГАЮЩИЕ
ТЕХНОЛОГИИ**

**СБОРНИК ТРУДОВ
научной школы-семинара молодых ученых
и студентов с международным участием**

Москва, 15–17 сентября 2015 г.

Москва
Российский университет дружбы народов
2015

Мероприятие проводится при финансовой поддержке
Российского фонда фундаментальных исследований
грант № 15-38-10349

Под общей редакцией
к.т.н., доц. *М.И. Рынковской*

Ответственный за подготовку издания
к публикации – *Н.А. Мамеева*

С56 **Современные проблемы механики, энергоэффективность сооружений и ресурсосберегающие технологии** : сборник трудов научной школы-семинара молодых ученых и студентов с международным участием: Москва, 15–17 сентября 2015 г. – Москва: РУДН, 2015. – 319 с. : ил.

Приводится содержание основных докладов Научной школы-семинара молодых ученых и студентов с международным участием «Современные проблемы механики, энергоэффективность сооружений и ресурсосберегающие технологии», проходившей 15–17 сентября 2015 г. в Москве. Научная школа-семинар была организована Российским университетом дружбы народов при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований.

В рамках Научной школы-семинара молодых ученых и студентов работали 4 секции. Материалы для публикации отобраны Оргкомитетом Научной школы-семинара в соответствии с рекомендациями независимых рецензентов и расположены по секциям. Труды публикуются с сохранением стилистики и орфографии авторов.

Труды Научной школы семинара молодых ученых и студентов с международным участием будут представлять интерес для научных работников, аспирантов, инженеров, занимающихся аналогичными задачами, студентов и будут полезны для преподавателей высших учебных заведений технического профиля.

Подготовлено Оргкомитетом Научной школы-семинара молодых ученых и студентов с международным участием «Современные проблемы механики, энергоэффективность сооружений и ресурсосберегающие технологии».

ISBN 978-5-209-06780-1

© Коллектив авторов, 2015
© Российский университет дружбы народов.
Издательство, 2015

Научная школа-семинар молодых ученых
и студентов с международным участием

СОВРЕМЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ
МЕХАНИКИ, ЭНЕРГОЭФФЕКТИВНОСТЬ
СООРУЖЕНИЙ И РЕСУРСОСБЕРЕГАЮЩИЕ
ТЕХНОЛОГИИ

СЕКЦИЯ 1

**РЕСУРСОСБЕРЕГАЮЩИЕ
ИННОВАЦИОННЫЕ
ТЕХНОЛОГИИ ИЗУЧЕНИЯ И ОСВОЕНИЯ
ЗЕМНЫХ НЕДР**

15 сентября 2015 год

ГРАФИЧЕСКИЙ МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ КРИТИЧЕСКИХ ЗНАЧЕНИЙ ПАРАМЕТРОВ КОЛЕБАНИЙ МАЯТНИКА

Е.И.СУХАРЬКОВА¹, О.М.СЕМКИВ², к.в.н.

Украинский государственный университет железнодорожного транспорта¹, Харьков, Украина

Национальный университет гражданской защиты Украины², Харьков, Украина

Приведен метод определения критических значений параметров колебаний маятника, базирующийся на изучении искривленности фазовых траекторий и учитывающий изменение знака их кривизны

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: фазовая траектория, критические значения параметра, кривизна линии, анализ колебаний на качественном уровне, искривленность кривой.

Исследование механических колебаний на качественном уровне удобно осуществлять методом фазовых траекторий. Его суть состоит в описании поведения колебательной системы при помощи геометрических изображений - фазовых портретов [1,2]. Они изображаются на плоскости в прямоугольных координатах, по осям которых направлены значения «смещения» и «скорости». В описании колебаний маятника может существовать управляющий параметр, влияющий на характер колебаний, и изменение значения которого различивает «качество» колебаний. Поэтому такое значение параметра названо критическим.

Приведем пример колебания математического маятника, описанного дифференциальным уравнением $\ddot{x} + 0,2\dot{x} + 9,8\sin x = 0$ с начальными условиями $[x(0) = 0; \dot{x}'(0) = p]$, когда управляющий параметр p изменяется в пределах $6 < p < 8$. На рис. 1 изображен фазовый портрет, из которого видно, что в зависимости от значения параметра p колебание маятника могут быть либо затухающими, либо затухающими с одним или двумя оборотами вокруг точки крепления. Эти качественно различные колебания будут разграничены двумя критическими значениями параметра p . Критические значения параметра p можно определить по формулам теоретической механики [3]. Но в случае колебаний более сложной природы не всегда известны формулы для их

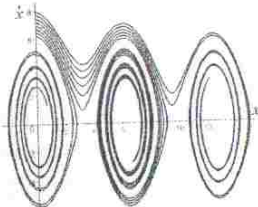


Рис. 1. Фазовый портрет

вычислений. В подобных случаях в инженерной практике вычисления базируются, как правило, на графоаналитических методах исследования, подкрепленных компьютерной техникой.

Традиционный анализ колебаний состоит [1,2,5] из определения особых точек, отвечающих положениям равновесия колебательной системы, построения фазовых портретов системы со значениями управляющего параметра в пределах особых точек, а также определения проходящих через особые точки сепаратрис при помощи уравнения интеграла энергии системы при условии, что кинетическая энергия равняется нулю. В работах [6-8] приведен обзор способов качественного исследования колебаний, откуда можно сделать вывод о недостаточном развитии графоаналитических способов поиска критических значений параметров колебаний. Графические способы целесообразно было бы дополнить и такими, которые базируются на геометрическом характере искривленности фазовой траектории, и которые определяются совокупностью значений ее кривизны вдоль этой траектории.

Предположим, что движение точки по фазовой траектории осуществляется в пределах границ изменения параметра времени t , а «повороты» при движении по фазовой плоскости вправо или влево происходят благодаря различию знаков при значениях кривизны в точках этой траектории. В результате приходим к характеристике линии, определяемой последовательностью чисел, каждое из которых (с учетом знака) является значением ее кривизны.

При численном решении дифференциальных уравнений колебаний удается вычислить лишь значение функции и ее производной. А для определения кривизны (например, линии $x=x(t)$, $y=y(t)$) по формуле $k = \pm \frac{y''x' - x''y'}{(x'^2 + y'^2)^{3/2}}$ необходимо знать еще и вторую производную.

Исследуем колебание маятника, описанное системой уравнений

$$\frac{d}{dt} x(t) = y(t); \quad \frac{d}{dt} y(t) = -0,2y(t) - 9,8\sin(x(t)) \quad (1)$$

Здесь $x(t)$ - смещение, а $y(t)$ - скоростью маятника.

Пусть решение системы уравнений (1) при $a < t < b$ получено численным методом Рунге-Кутты для начальных значений $x(0)=0$ и $y(0)=p$. На рис. 2 приведены кадры компьютерной анимации изменения фазового портрета в зависимости от значения управляющего параметра p . Наблюдая «перескоки» фазовой кривой можно определить приближенные критические значения начальной скорости $y_1(0) = 6,65$ и $y_2(0) = 7,6$. На рисунке кружком обозначена точка, отвечающая начальным условиям.

Далше покажем, как эти значения можно определить на формальном уровне без применения компьютерной анимации.

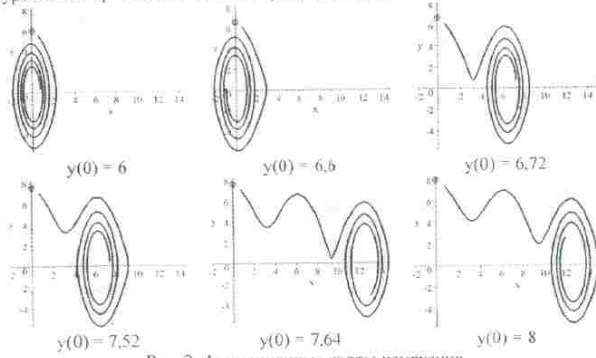


Рис. 2. Анимационные кадры изменения фазового портрета в зависимости от значения $y(0)$

Численное решение системы (2) для начальных значений $x(0)=0$ и $y(0)=p$ имеет вид последовательности N точек. Соединяя эти точки отрезками, приходим к графическому образу G_0 фазовой кривой. Для каждой из угловых точек приблизительно определим кривизну при помощи радиуса круга, проведенного через три соседние точки (x_{i-1}, y_{i-1}) , (x_i, y_i) и (x_{i+1}, y_{i+1}) . Для вычисления кривизны в средней точке (x_i, y_i) найдем радиус круга r_i , проходящего через данные три точки:

$$r_i = \frac{\sqrt{B^2 + C^2} - AD}{A} \quad (2)$$

где

$$A = x_{i+1}y_i + x_iy_{i+1} + x_{i-1}y_{i+1} - x_{i+1}y_{i-1} - x_iy_{i-1} - x_{i-1}y_{i-1};$$

$$B = (y_{i+1}^2y_i - x_{i+1}^2y_{i-1} + x_{i+1}^2y_{i-1} - y_{i+1}^2y_{i-1} - y_i^2y_{i+1} + y_i^2y_{i-1} + x_{i+1}^2y_{i-1} - x_{i+1}^2y_{i-1} - y_{i+1}^2y_i + y_i^2y_{i+1} - x_{i+1}^2y_i + x_{i+1}^2y_{i+1})/2;$$

$$C = (y_{i+1}^2x_{i-1} - y_{i+1}^2x_i + x_{i+1}^2x_{i-1} - x_{i+1}^2x_i + y_i^2x_{i+1} - y_i^2x_{i-1} + x_{i+1}^2x_{i-1} - x_{i+1}^2x_i + y_i^2x_{i+1} - y_i^2x_{i-1} + x_{i+1}^2x_i - x_{i+1}^2x_{i-1})/2;$$

$$D = y_{i+1}^2x_iy_{i-1} - y_{i+1}^2x_{i-1}y_i - x_{i+1}^2y_{i-1}y_i + x_{i+1}^2y_iy_{i-1} + y_i^2x_{i-1}y_{i+1} - y_i^2x_{i+1}y_{i-1} - x_{i+1}^2y_{i-1}y_{i+1} + x_{i+1}^2y_{i+1}y_{i-1} - y_{i+1}^2x_{i+1}y_i - y_{i+1}^2x_iy_{i+1} + x_{i+1}^2y_{i+1}y_i - x_{i+1}^2y_iy_{i+1}.$$

Тогда значение кривизны в точке (x_i, y_i) будет $k=1/r_i$. Условие $A=0$ определяет нулевую кривизну (точки расположены на прямой).

Рассмотрим аксонометрическое изображение ломаной G_0 на координатной плоскости Oxy . Из угловых точек G_0 отложим вдоль оси аппликат отрезки, длина которых равняется приближенному значению кривизны линии в текущей точке. Соединяя концы отрезков, получаем кусочно-линейный график G . Для выбранного значения параметра p вычислим площадь S между линиями G и G_0 . Здесь необходимо учитывать «знаки» частей площади в зависимости от расположения точек на G относительно координатной плоскости Oxy .

Выполняя указанные действия в цикле для других значений параметра p , получим приближенный график функции $S(p)$ изменения площади. Критические значения параметра p будут определяться точками пересечения оси Op с вертикальными составляющими кусочно-линейного графика функции $S(p)$. На рис. 3 представлен график функции $S(p)$ для уравнения (1). На формальном уровне критические значения параметра p определяются точками пересечения (на рис. 3 обозначены кружочками) оси Op с вертикальными составляющими этого графика.

Приведем Maple-программу для построения анимационных кадров, изображенных на рис. 2, анимации графиков изменения приближенной кривизны на выбранном участке фазовой кривой, а также графика изменения площади $S(p)$.

```

Задаем систему уравнений и основные параметры:
sys := diff(x(t), t) = y(t),
      diff(y(t), t) = -0.2*y(t) - 9.8*sin(x(t));
del := 0.1; # шаг по дуге параметра t
M := 120; # количество кадров
N := 500*del; # количество точек на фазовой траектории
pbeg := 6.; pend := 8.;
Организуем цикл расчетов в зависимости от параметра p:
for j from 0 to M do

```

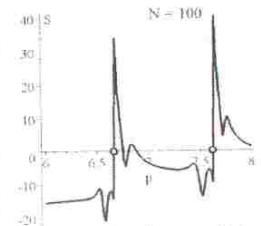


Рис. 3. График функции $S(p)$

```

p := evalf(pbeg + j*(pend - pbeg)/M);
str:=cat(" y(0) = ",convert(p,string), ".");
unassign('t'): t;
Решаем систему уравнений численно:
p1:= dsolve((sys,x(0)=0,y(0)=p},{x(t),y(t)},
type=numeric, output=listprocedure);
"Извлекаем" полученное решение из процедуры:
X := subs(p1, x(t)): Y := subs(p1, y(t)):
Организуем перебор точек на кривой для текущего значения p:
for i from 1 while i < N do
XT[i] := X(i*del); YT[i] := Y(i*del);
end do;
Формируем приближенное описание геометрической формы фазовой
кривой для текущего значения p:
Gr[j] := display(seq(line([XT[i],YT[i]],
[XT[i+1],YT[i+1]], linecolor=blue),i=1..N-2),
scaling=CONSTRAINED, title=str);
Организуем цикл для приближенного вычисления кривизны:
X0 := 0; Y0 := 0;
for i from -2 to N do
x11 := XT[i-1]; y11 := YT[i-1];
x21 := XT[i]; y21 := YT[i];
x31 := XT[i+1]; y31 := YT[i+1];
По приведенным выше формулам вычисляем радиус r1[i]
окружности, проходящей через эти точки (фрагмент программы опускаем)
Z[i,j] := evalf(1/r1[i]);
ssl[i] := line([i, Z[i,j]], {X0,Y0},thickness=3);
X0 := i; Y0 := evalf(1/r1[i]);
end do;
Формируем приближенное описание распределения кривизны на
фазовой кривой для текущего значения p:
Kr[j] := display(seq(ssl[i],i=3..N-2), title=str);
end do;
Анимационные кадры изменения формы фазового портрета:
display(seq(Gr[j],j=0..M), scaling=CONSTRAINED,
labels=[x,y], insequence=true);
Анимационные кадры изменения графиков приближенной кривизны:
display(seq(Kr[j],j=0..M), labels=[p,k],
insequence=true, view=-2..10);
Построение функции S(p) изменения площади между линиями G и G0:
for j from 0 to M do
f := t -> spline([seq(i,i=-2..N-3)],
[seq(Z[i,j],i=-2..N-3)], t, linear):

```

200

```

S[j] := evalf(int(f(t),t=0..N));
end do;
display(seq(line([pbeg+j*(pend-pbeg)/M, S[j]],
[pbeg+(j+1)*(pend-pbeg)/M, S[j+1]], thickness=5,
linecolor=blue), j=0..M-1), labels=[p,S]);

```

Литература

1. Бутенин Н.В. Введение в теорию нелинейных колебаний / Н.В.Бутенин, Ю.И.Неймарк, Н.Л.Фурфего - М.: Наука, 1987.-382с.
2. Андронов А.А. Теория колебаний / А.А.Андронов, А.А.Витт, С.Э.Хайкин - М., Наука, 1981.-916 с.
3. Батъ М.И. Теоретическая механика в примерах и задачах. Г.2. Динамика. / М.И.Батъ, Г.Ю.Джанелидзе, А.С. Кельзон - М.: Физматлит, 1961. — 616 с.
4. Бидерман В.Л. Прикладная теория механических колебаний / В.Л.Бидерман - М.: Высшая школа, 1972. - 416 с.
5. Betsines, D. Differential equations : theory and applications : with Maple. - D.Belcunes. - Hattiesburg, MS, University of Southern Mississippi, 2001.- 686 t.
6. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. / Л.С.Понтрягин.- М.: Наука, 1974. — 331 с.
7. Паптелов А.В. Обыкновенные дифференциальные уравнения в примерах и задачах. / А.В.Паптелов, А.С.Якинова, А.В.Босов - М.: Высш. шк., 2001. - 381 с.
8. Кутаев Д.Б. Развитие качественной теории дифференциальных уравнений в XIX столетии. Д.Б. Кутаев.- Дис. канд. техн. наук: 07.00.10 – История науки и техники (по физико-математическим наукам). Д.Б. Кутаев - М: Институт истории естествознания и техники им. С.И.Вавилова РАН. - 2011. - 140 с.
9. Мищенко А.С. Сборник задач по дифференциальной геометрии и топологии. - А.С.Мищенко, Ю.П.Соловьев, А.Т.Фоменко -М: Изд. ФМЛ, 2001. - 352 с.

GRAFICAL METHOD OF DETERMINATION CRITICAL VALUES OF PARAMETERS OF PENDULUMS VIBRATIONS

E.I.SUKHARKOVA¹, O.M.SEMKIV²

*Ukrainian state university of railway transport, Kharkiv, Ukraine
National university of civil defence of Ukraine², Kharkiv, Ukraine*

Presented method of determination of critical values of parameters of pendulums vibrations, being based on the study of distorted of phase trajectories and taking into account the change of sign of their curvature.

KEYWORDS: phase trajectory, critical values of parameter, curvature of line, analysis of vibrations at quality level, distorted.

201

Сухарькова Е.И., Семкин О.М. Графический метод определения критических значений параметров колебаний маятника.....	196
Алборова Л.А. Преимущества композиционных и пластмассовых оболочечных структур.....	202
Гранай И., Гранай Ф. Об особенностях конструирования и расчета подводных сооружений.....	206
Кушаренко И.В. Расчет подкрепленных эвольвентных оболочек с помощью вариационно-разностного метода.....	209
Туникова Е.М. Анализ расчетных предпосылок аналитического метода В.Г. Рекача для расчета напряженно-деформированного состояния косоугольного геликоида.....	217
Сухарькова Е.И. Определение колебаний железнодорожного вагона в продольной вертикальной плоскости.....	222
Баравенкова А. Особенности строительства большепролетных тентовых покрытий.....	228

СЕКЦИЯ 3

Пленарные доклады

Николенко Ю.В. Ресурсосбережение при производстве земляных работ в зимнее время.....	234
Малов А.Н., Сташевская Н.А. Расчет тепловой мощности теплиц при использовании сбросных низкопотенциальных вод для повышения энергоэффективности.....	239

Доклады молодых ученых, аспирантов, бакалавров, магистров

Сомариба Соколова Л.Н. Атриум как энергосберегательный вариант.....	241
Коротев Д.Д. Законодательство в сфере энергосбережения в строительстве.....	243
Димитриади К.С., Малов А.Н., Сташевская Н.А. Использование сбросных низкопотенциальных вод для энергосбережения теплиц.....	246
Радошнев Д.А. Системы интегрального освещения как составляющий элемент энергоэффективных зданий.....	249
Табаква И.С. Определение пути робота среди препятствий с использованием геодезических линий.....	253
Рашид Куряко Ридха, Незири Анита. Особенности строительства домов по канадской технологии.....	258

Тхома Анамария. О способах повышения энергоэффективности архитектурных сооружений.....	262
Митьковен Л.А., Фатеева В.В., Миронов Е.А. Особенности энергоберегающих домов для резко-континентального климата.....	266
Минина А.А., Пархоменко П.К., Малов А.Н., Сташевская Н.А. Применение новых эффективных материалов в сэндвич-панелях.....	269
Алферов А.С., Малов А.Н., Сташевская Н.А. Теплоизоляционная эффективность зданий на основе легких металлических конструкций.....	273

СЕКЦИЯ 4

Пленарные доклады

Еременко В.А., Негурина Д.Л., Есина Е.Н. Разработка метода оперативного мониторинга напряженно-деформированного состояния массива горных пород.....	280
Еременко В.А., Барнов Н.Г., Кондратенко А.С., Тимохин В.В. Применение технологии гидроразрыва для освоения коренных месторождений корунда в сложных условиях высокогорья.....	290
Негурина Д.Л. Геомеханический мониторинг при различных формах освоения недр.....	299

Доклады молодых ученых, аспирантов, бакалавров, магистров

Андреева В.В. Разработка алгоритма поиска границ деформируемой скважины.....	304
Алафар Халиль Саид, Негурина Д.Л. Аналитические соотношения для описания деформационного поведения набухающих грунтов при строительстве подземных сооружений.....	310