



МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ,  
МОЛОДІ ТА СПОРТУ УКРАЇНИ

УКРАЇНСЬКА АСОЦІАЦІЯ З ПРИКЛАДНОЇ  
ГЕОМЕТРІЇ  
ХАРКІВСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
ХАРЧУВАННЯ ТА ТОРГІВЛІ

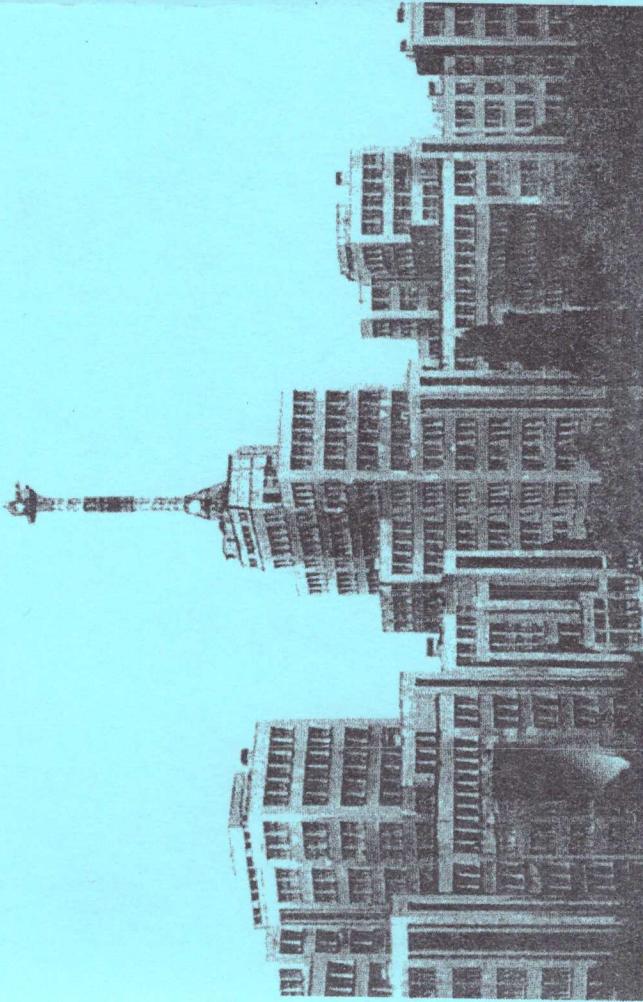


НАУКОВЕ ФАХОВЕ ВИДАННЯ

## ГЕОМЕТРИЧНЕ ТА КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ

Збірник наукових праць

Випуск 28



Харків-2011

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ,  
МОЛОДІ ТА СПОРТУ УКРАЇНИ

УКРАЇНСЬКА АСОЦІАЦІЯ З ПРИКЛАДНОЇ  
ГЕОМЕТРІЇ  
ХАРКІВСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
ХАРЧУВАННЯ ТА ТОРГІВЛІ

**ГЕОМЕТРИЧНЕ ТА КОМП'ЮТЕРНЕ  
МОДЕЛЮВАННЯ**

*Збірник наукових праць*

*Vипуск 28*

**НАУКОВЕ ФАХОВЕ ВИДАННЯ**

**Харків 2011**

**ДРУКУЄТЬСЯ ЗА РІШЕННЯМ ВЧЕНОЇ РАДИ ХДУХТ,  
ПРОТОКОЛ № 8 від 29 березня 2011 р.**

У збірнику включено статті з сучасних проблем прикладної геометрії, геометричного моделювання об'єктів, процесів та явищ, інженерної та комп'ютерної графіки, ергономіки та дизайну, які містять результати оригінальних теоретичних досліджень та їх застосувань у відповідних галузях. Розглянуто геометричні питання САПР, питання методики викладання графічних дисциплін, організаційні та методологічні аспекти розробки та впровадження нових інформаційних технологій навчання.

Збірник розраховано на викладачів вищої школи, аспірантів та докторантів, працівників науково-дослідних та проектних організацій.

#### Редакційна колегія

Ю.М. Тормосов, д-р техн. наук, проф. (відпов. ред.); О.І. Черевко, д-р техн. наук, проф. (заст. відпов. редактора); В.М. Михайлів, д-р техн. наук, проф. (заст. відпов. редактора); П.М. Кученко, д-р техн. наук, проф.; О.Л. Підгорний, д-р техн. наук, проф.; В.О. Ілюсакий, д-р техн. наук, проф.; А.Н. Хомченко, д-р фіз.-мат. наук, проф.; В.М. Ком'як, д-р техн. наук, проф.; К.Р. Сафіулина, канд. техн. наук, доц.; О.В. Чарикова, д-р техн. наук, проф.; О.В. Штоман, д-р техн. наук, проф.; С.В. Рогоза, д-р техн. наук, доц.; О.Ю. Пішин, д-р техн. наук, проф.; А.М. Краснобутович, канд. техн. наук, проф.; В.І. Ткачевський, канд. техн. наук, проф.

Л.М. Куценко, д-р. техн. наук,  
Національний університет чивільного захисту України (м. Харків,  
Україна)

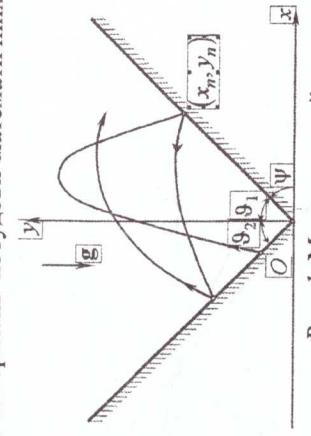
О.В. Адашевський  
Національний технічний університет "ХПІ" (м. Харків, Україна)

### ДОСЛІДЖЕННЯ ГРАВІТАЦІЙНОГО БІЛЬЯРДА ПРИ НАЯВНОСТІ ПЕРЕСКОКУ НА СУСДІННО ПІВІЛІОНИ

*Наведено спосіб уточнення точки фазового простору за допомогою двовимірного відображення Планкаре у випадку наявності перескоку кульки на сусідню півілону.*

**Постановка проблеми.** Трасування математичних більярдів у фізичних силових полях (центральному й гравітаційному) традиційно пов'язують з дослідження динамічних систем. Більярдну кулю тут розглядають як абстрактну матеріальну точку, відбиття якої від прямолінійного пружного борта здійснюється за законом кут падіння дорівнює куту відбиття. Актуальною задачею є складання алгоритмів побудови траєкторій математичних більярдів для конкретно обраних областей. Допільним буде розробка способу уточнення руху точки фазового простору за допомогою двовимірного відображення Планкаре з метою дослідження динаміки гравітаційного більярда.

**Аналіз відомих досліджень.** Роботи [1 - 3] присвячені дослідженням по удосконаленню алгоритмів побудови математичних більярдів у гравітаційному полі. Увагу тут приділено уточненню більярдних каустик. В роботі [4] наведено спосіб розрахунку траєкторії математичного більярда в гравітаційному полі кута, утвореного півілонами (рис. 1), та показано їх залежність від кута «розкриття» півілонін, від координат точки старту більярдної кулі, та від її початкової швидкості. Надано формулі для визначення координат точки в момент зіткнення з півілоном, а також формули



Rис. 1. Математичний більярд в куті

Відповідальний за видавництво – д-р. техн. наук, проф. Тормосов Ю.М.  
Адреса редакції: 61031 Харків-51, вул. Клочківська, 333, ХДУХТ.  
Тел (057)349-43-63, факс 336-94-88, Е-мейл [tormosov@ukr.net](mailto:tormosov@ukr.net).

© Національний лінгвістичний університет  
харчування та торгівлі, 2011.

крупногабаритных деталей, когда к ним предъявляются жесткие требования по утонению, точности и качеству, а процесс получения их связан с предварительным набором материала. При этом используются импульсные источники энергии (например, заряды БВВ) поскольку существующее оборудование не обеспечивает необходимых усилий для их формообразования.

#### Список литературы

1. Романовский В.П. Справочник по холодной штамповке. Л: «Машиностроение», 1971.-782 с. 2. Пихтовников Р.В., Завьяловав.И. Штамповка листового металла взрывом. М., 1964. 3. Степанов В.Г., Навагин Ю.С., Сипилин П.М. Гидровзрывная штамповка элементов судовых конструкций. Л., 1966. 4. Степанов В.Г., Шлазров И.А. Импульсная металлообработка в судовом машиностроении. Л., 1968. 5. Пихтовников Р.В., ХодловБ.А. Безбассейновая листовая штамповка взрывом. Харьков, 1972. 6. Штамповка взрывом. Основы теории. Под ред. д-ра техн. наук М.А. Анутина. М: «Машиностроение»,1972. 7. Краснокутский А.М., Жережон-Зайченко В.В., Шевченко М.М. Геометрическое моделирование работы упругого элемента в процессе штамповки-вытяжки с использованием сил трения // Геометрия та комп'ютерне моделювання – Харків: ХДУХТ, 2009,-Вип. 22.- С. 88-97. 8. Краснокутский А.М., Жережон-Зайченко В.В., Шевченко М.М. Геометрическое моделирование работы упругого элемента в процессе фрикционной вытяжки деталей коробчатой формы // Геометричне та комп'ютерне моделювання – Харків: ХДУХТ, 2010,-Вип. 26.-С. 173 - 180. 9. Бартенев Г.М., Зуев Ю.С. Прочность и разрушение высокоэластичных материалов. Изд-во «Химия» М., Л..1964.

Получено 21.03.2011, ХГУПТ, Г. Харьков.  
© А.М. Краснокутский, Л.М. Савченко, М.М. Шевченко, 2011.

#### ОПИС КРИВИХ ПОСТІЙНОЇ ШИРИНИ РІВНЯННЯМ У НЕЯВНО-ПОЛІНОМАЛЬНОМУ ВИГЛЯДІ

Розглянуто спосіб отиску кривих постійної ширини за допомогою рівняння у неявному вигляді з поліноміальнюю функцією та з використанням базисів Гробнера у середовищі Maple.

**Постановка проблеми.** В технічних впровадженнях широко використовуються властивості кривих постійної ширини. Це стосується формоутворення некруглих отворів [1], профілювання корпусів роторно - планетарних машин (двигунів Ванкеля) [2] та проектування кулачків синхронного обертання з поларним точковим контактом для шnekових екструдерів [3]. Зазначені механічні пристрой дікують на основі властивостей трикутника Релло як кривої постійної ширини [4]. Для опису результату обкатки трикутника Релло за допомогою планетарного механізму необхідно мати опис трикутника, зручний для диференціювання. Адже для обчислення обвідної необхідно брати похідну від функції, яка входить до його опису. Недоліки відомих описів полягають у використанні для їх «конструювання» функцій, які складні для диференціювання (дробово-тригонометричних, обернених тригонометричних та R-функцій). Тому доцільним буде пошук нових способів опису. Ідеальним з позицій диференціювання буде опис трикутника Релло рівнянням у неявному вигляді з використанням поліномів – тобто у вигляді неявно-поліноміального рівняння.

**Огляд відомих результатів.** У роботах [5 - 7] розглянуто геометричне моделювання і діякі впровадження обкатки трикутником Релло. В роботі [8] наведено опис трикутника Релло рівнянням у неявному вигляді за допомогою тримісної В-кон'юнкції. Огляд літературних джерел показав, що відкрито є тема дослідження класу кривих постійної ширини на площині з використанням поліноміальної функції у їх рівняннях та з використанням базисів Гробнера у середовищі Maple.

**Постановка завдання.** Запропонувати спосіб опису кривих постійної ширини за допомогою рівняння у неявному вигляді з поліноміальною функцією та з використанням базисів Гробнера у середовищі Maple.

**Основна частина.** Нехай маємо [9] клас кривих постійної ширини, описаних у параметричному вигляді:

$$x = h(t) \cos t - \frac{dh(t)}{dt} \sin t; \quad (1)$$

$$y = \frac{dh(t)}{dt} \cos t + h(t) \sin t.$$

де

$$h(t) = \frac{d}{2C} + \frac{d}{2C} \sum_{n=1}^N \cos(2n-1)t, \quad (2)$$

Тут  $d = const$  величина постійної ширини кривої, а  $C$  – константа інтегрування, за допомогою якої можна визначати геометричну форму кривої постійної ширини.

З врахуванням (2) рівняння (1) можна спростити до вигляду:

$$x = \frac{d}{2C} (C \cos t + N \cos(2(N-1)t) - (N-1) \cos 2Nt); \quad (3)$$

$$y = \frac{d}{2C} (C \sin t - N \sin(2(N-1)t) - (N-1) \sin 2Nt).$$

Наведемо спосіб опису кривих постійної ширини рівнянням вигляду  $F(x, y) = 0$ , де  $F(x, y)$  – поліном. Для цього використано базиси Гробнера у середовищі Maple – тобто клас багаточленів, корені яких співпадають з коренями шуканого багаточлена [10, 11, 12].

Приклад. Застосуємо у середовищі Maple базиси Гробнера для  $N = 2$  і  $d = 1$ . Тоді рівняння кривої постійної ширини матиме вигляд:

$$x := \frac{\frac{1}{2} \cos(t) C + \cos(2t) - \frac{1}{2} \cos(4t)}{C}; \quad (4)$$

$$y := \frac{\frac{1}{2} \sin(t) C - \frac{1}{2} \sin(4t) - \sin(2t)}{C}.$$

За допомогою оператора `expand` переведемо ці вирази до вигляду:

$$\frac{1}{2} \cos(t) + \frac{6 \cos(t)^2}{C} - \frac{3}{2C} - \frac{4 \cos(t)^4}{C}; \quad (5)$$

$$\frac{1}{2} \sin(t) - \frac{4 \sin(t) \cos(t)^3}{C}.$$

Далі необхідно перепозначити  $c = \cos(t)$  і  $s = \sin(t)$  і скласти рядок

$$WL := \left[ \frac{1}{2} c + \frac{6c^2}{C} - \frac{3}{2C} - \frac{4c^4}{C} - s, \frac{1}{2} s - \frac{4s^3}{C} - y, c^2 + s^2 - 1 \right] \quad (6)$$

До рядка (6) слід застосувати оператор Гробнера

$$GB := Basis(WL, plex(c, s, x, y)); \quad (7)$$

в результаті чого будуть обчислені декілька виразів, серед яких буде і опис кривої постійної ширини. Тобто одержимо залежний від константи інтегрування  $C$  поліном, який входить до неявного рівняння кривої постійної ширини:

$$\begin{aligned} & 729 + (-27048C^5 + 6912C^7)xy^4 - 10240C^7y^4x^3 + 1024C^8x^2y^6 \\ & + (-192C^8 - 17664C^6)x^4y^2 + (43776C^6 - 192C^8)x^2y^4 \\ & - 6144C^7y^6x - 2048C^7x^5y^2 + 1024C^8x^8y^2 \\ & + (-16416C^6 + 8640C^4)x^2y^2 + (4608C^7 - 18432C^5)x^3y^2 \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} & + 1536C^8x^4y^4 + (-8640C^5 + 432C^7 - 3456C^3)x^3 \\ & + (25920C^5 + 10368C^3 - 1296C^7)y^2x + (-2304C^7 + 9216C^5)x^5 \\ & + (4860C^6 - 3888C^2 - 972C^4)y^2 + (4860C^6 - 3888C^2 - 972C^4)x^2 \\ & + (-8208C^6 + 4320C^4)y^4 + (2304C^6 - 64C^8)y^6 \\ & + (-8208C^6 + 4320C^4)x^4 + 256C^8y^8 + 2048C^7x^7 + 256C^8x^3 \end{aligned} \quad (9)$$

Позначимо поліном (8) як  $F(x, y)$  і виконаємо його «нормування»:

$$f(x, y) = \frac{F(x, y)}{F(0, 0)}.$$

Таким чином, залежне від параметра  $C$ , неявно-поліноміальне рівняння кривої постійної ширини при  $N = 2$  і  $d = 1$  має вигляд:

$$\begin{aligned} & f := (729 + (-27648C^5 + 6912C^7))xy^4 - 10240C^7y^4x^3 + 1024C^8x^2y^6 \\ & + (-192C^8 - 17664C^6)x^4y^2 + (43776C^6 - 192C^8)x^2y^4 \\ & - 6144C^7y^6x - 2048C^7x^5y^2 + 1024C^8x^6y^2 \\ & + (-16416C^6 + 8640C^4)x^2y^2 + (4608C^7 - 18432C^5)x^3y^2 \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned}
& + 1536 C^8 x^4 y^4 + (-8040 C^5 + 432 C^7 - 3456 C^3) x^3 \\
& + (25920 C^5 + 10368 C^3 - 1296 C^7) y^2 x + (-2304 C^7 + 9216 C^5) x^5 \\
& + (4860 C^6 - 3888 C^2 - 972 C^4) y^2 + (4860 C^6 - 3888 C^2 - 972 C^4) x^2 \\
& + (-8208 C^6 + 4320 C^4) y^4 + (2304 C^6 - 64 C^8) y^6 \\
& + (-8208 C^6 + 4320 C^4) x^4 + 256 C^8 y^8 + 2048 C^7 x^7 + 256 C^8 x^8 \\
& + (-64 C^8 + 640 C^6) x^6 - 2187 C^2 + 2187 C^4 - 729 C^6) / \\
& (729 - 2187 C^2 + 2187 C^4 - 729 C^6)
\end{aligned} \tag{11}$$

Наприклад, при  $C = 2$  одержимо неявно-поліноміальне рівняння. Відповідні графіки функції наведено на рис. 1 і 2.

$$\begin{aligned}
f := 1 + & \frac{11264}{243} x^2 y^2 - \frac{131072}{6561} x^6 - \frac{128}{9} y^2 - \frac{262144}{19683} x^7 - \frac{128}{9} x^2 - \frac{1024}{27} y^2 x \\
& - \frac{131072}{19683} y^6 - \frac{65536}{19683} y^8 + \frac{5632}{243} y^4 - \frac{65536}{19683} x^8 + \frac{5632}{243} x^4 + \frac{131072}{2187} x^4 y^2 \\
& + \frac{262144}{6561} y^6 x - \frac{917504}{6561} x^2 y^4 + \frac{262144}{19683} x^5 y^2 - \frac{262144}{19683} x^2 y^6 \\
& - \frac{131072}{6561} x^4 y^4 - \frac{262144}{19683} x^6 y^2 + \frac{1310720}{19683} y^4 x^3 + \frac{1024}{81} x^3
\end{aligned} \tag{12}$$

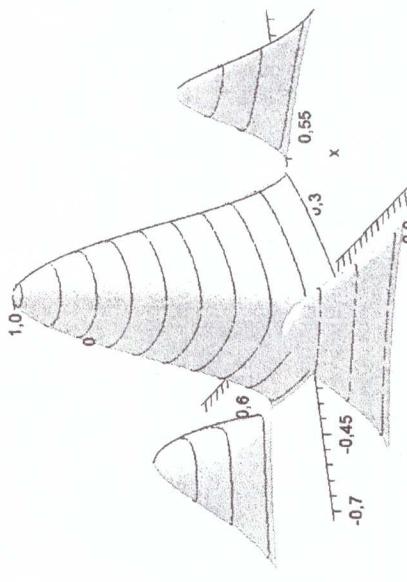


Рис. 2. Аксонометрія графіка функції (11) кривої постійної ширини при  $C = 2$

Одержане неявно-поліноміальне рівняння (3.8) дозволяє здійснити параметризацію кривої постійної ширини в раціонально-поліноміальному вигляді. Спосіб базується на використанні в середовищі математичного процесора Maple оператора

`parametrization(f, x, y, t).`

з бібліотеки `algebraic` пакету Maple.

Наприклад, опис кривої постійної ширини з параметризацією (11) можна представити в раціонально-поліноміальному вигляді:

$$\begin{aligned}
x &= -\frac{t^8 - 256 t^6 + 23040 t^4 - 98304 t^2 - 196608}{4 (t^8 + 64 t^6 + 1536 t^4 + 16384 t^2 + 65536)}; \\
y &= -\frac{4 t (-12288 + 3840 t^2 - 144 t^4 + 5 t^6)}{t^8 + 64 t^6 + 1536 t^4 + 16384 t^2 + 65536}.
\end{aligned} \tag{13}$$

Розглянемо криву постійної ширини при  $C = 8$ ; в цьому випадку маємо рівняння трикутника Релло. З формулі (2) при  $N = 2$  і  $C = 8$  можна визначити опорну функцію у вигляді  $h = \frac{d}{2} \left( 1 + \frac{1}{8} \cos 3t \right)$ . Тоді з врахуванням (3) опис трикутника Релло має вигляд:

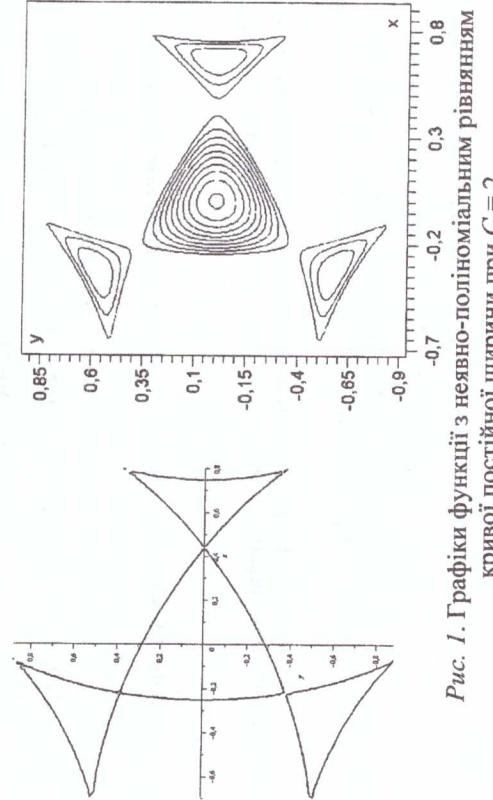


Рис. 1. Графіки функції з неявно-поліноміальним рівнянням кривої постійної ширини при  $C = 2$

$$x = \frac{d}{2} \left( \cos t + \frac{1}{2} \cos^4 t - \frac{3}{8} + \frac{3}{2} \sin^2 t \cos^2 t \right); \\ y = \frac{d}{2} \sin t (1 - \cos^3 t). \quad (14)$$

З параметричного опису (14) трикутника Релло можна одержати його опис в поліноміальному вигляді. Для цього при  $d = 1$  необхідно виконати перепозначення  $c = \cos(t)$  і  $s = \sin(t)$  і скласти рядок

$$WL := \left[ \frac{1}{2} c + \frac{1}{4} c^4 + \frac{3}{4} s^2 c^2 - \frac{1}{16} - x, \frac{1}{2} s - \frac{1}{2} s^3 c^3 - y, c^2 + s^2 - 1 \right]. \quad (15)$$

До строки (15) слід застосувати оператор Гробнера  $[10 - 12]$  в результаті чого будуть обчислени вирази, серед яких буде і опис трикутника Релло:

$$F := 3.313395057 x^6 + 49.70092586 y^2 x^3 + 23.56192041 x^8 - 24.85046293 x^5 \\ + 94.24768162 x^6 y^2 - 1. - 43.07413574 x^4 y^2 - 23.56192041 x^5 y^2 \\ + 23.56192041 x^7 + 141.3715224 y^4 x^4 + 94.24768162 y^6 x^2 \\ + 45.28306578 x^2 y^4 + 23.56192041 y^8 - 70.68576122 x y^6 \\ - 117.8096020 y^4 x^3 + 74.55138878 x y^4 - 23.41379554 x^2 y^2 \\ - 10.22169432 x y^2 - 2.577085044 y^6 - 11.70689777 x^4 \\ + 6.965986395 x^2 + 6.965986395 y^2 - 11.70689777 y^4 + 3.407231440 x^3$$

або

$$x = -\frac{7 t^8 - 256 t^6 + 368640 t^4 - 9437184 t^2 - 150994944}{16 (t^8 + 256 t^6 + 24576 t^4 + 1048576 t^2 + 16777216)} \quad (17) \\ y = -\frac{16 t^3 (12288 + t^4)}{t^8 + 256 t^6 + 24576 t^4 + 1048576 t^2 + 16777216}$$

Аналогічно можна описати і криві постійної ширини для  $N > 2$ . Наприклад, при  $C = 64$  і  $d = 1$  крива постійної ширини має вигляд, зображенний на рис. 4.

Функція, що входить до неявно-поліноміального рівняння цієї кривої, має вигляд:

$$f := 1 + \frac{17563648}{750141} x^2 y^2 - \frac{67108864}{20253807} x^6 - \frac{1024}{147} y^2 - \frac{4294967296}{182284263} x^7 - \frac{1024}{147} x^2 \\ + \frac{851968}{83349} y^2 x - \frac{335544320}{6751269} x^3 y^2 - \frac{167772160}{2250423} x y^4 + \frac{167772160}{6751269} x^5 \\ + \frac{67108864}{26040609} y^6 - \frac{4294967296}{182284263} y^8 + \frac{8781824}{750141} y^4 - \frac{4294967296}{182284263} x \\ + \frac{8781824}{750141} x^4 + \frac{872415232}{20253807} x^4 y^2 + \frac{4294967296}{60761421} y^6 x - \frac{2751463424}{60761421} x^2 y^4 \quad (16) \\ + \frac{4294967296}{182284263} x^5 y^2 - \frac{17179869184}{182284263} x^2 y^6 - \frac{8589934592}{60761421} x^4 y^4 \\ - \frac{17179869184}{182284263} x^6 y^2 + \frac{21474836480}{182284263} y^4 x^3 - \frac{851968}{250047} x^3$$

На рис. 3 наведено графік функції  $z = f(x, y)$  із виразу (16) і вигляд трикутника Релло, описаного рівнянням  $f(x, y) = 0$ .

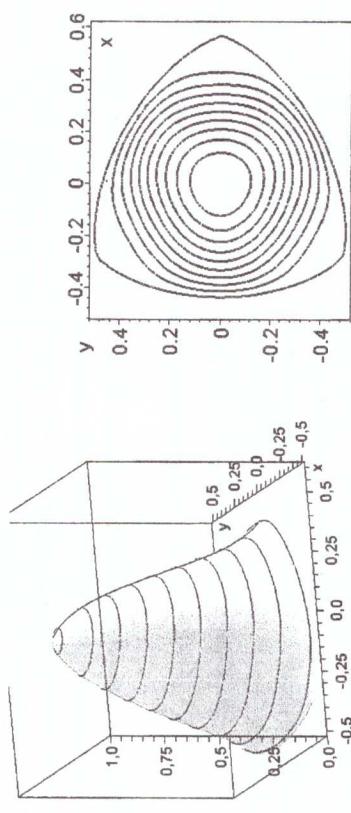


Рис. 3. Графік функції  $z = f(x, y)$  (ліворуч) і трикутник Релло, описаний рівнянням  $f(x, y) = 0$  з лініями рівня функції  $f(x, y)$ . Опис трикутника Релло за допомогою параметричних рационально-поліноміальних виразів матиме вигляд:

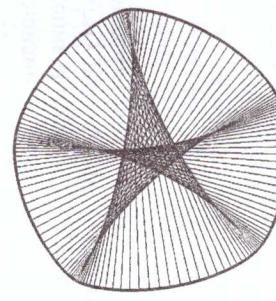


Рис. 4. Крива постійної ширини при  $N=3$

$$F := -0.2822685275 x - 1152.132595 x^7 y^2 + 1666.439726 x^8 y^4 \\ + 48.67968960 x^4 y^4 + 27.77399544 x^5 y^6 + 3.465675434 x y^2 \\ - 250.3922728 x^2 y^6 + 263.8529567 x^9 y^2 - 673.5193894 x^3 y^8 \\ - 1834.129631 x^5 y^4 + 822.4638817 x y^8 + 162.6297624 y^8 x^2$$

$$\begin{aligned}
& + 652.68888927 x^7 y^4 + 193.3670428 x^2 y^4 + 70.35717204 y^4 x^6 \\
& + 666.5758906 y^{10} x^2 + 36.40777444 x y^4 - 368.5085887 x y^6 \\
& - 110.0549082 x^3 y^2 - 840.3261003 y^6 x^4 + 678.9236275 x^5 y^2 \\
& + 101.1390436 x^4 y^2 - 72.87170353 x^2 y^2 - 347.1749430 y^{10} x \quad (18)
\end{aligned}$$

**Висновки.** Застосування базисів Гробнера дозволяє описувати криві постійної ширини за допомогою рівнянь у неявному вигляді з поліноміальними функціями, що дозволить їх використовувати для опису профілювання за допомогою обвідних параметричних сімей.

#### Список літератури

1. Костромин Ф.П. Сверление многоугольных отверстий. - М.: Машиз. 1941. - 60 с. 2. Сухомлинов Р. М. Трохоидные роторные компрессоры. - Харьков: ХГУ. «Вища школа», 1975, 152 с.
3. Супіма В.В. Розрахунок насадок-роздрібнювачів шнекового преса для віджимання опії // Труды / Таврійська государственна агротехн. академія. - вип. 2, том 13. - Мелітополь: ПТАТА, 1999 - С. 64 -70.
4. Радемахер Г., Тениц О., Числа и фигуры, сер. «Библиотека математического кружка», вып. 10, М., изд-во «Наука», 1966.. - 88 с.
5. Куценко Л.М. Лісняк А.А. Геометричне моделювання кривих постійної ширини // Геометричне та комп'ютерне моделювання – Харків: ХДУХТ, 2008. – Вип.21. – С. 3-10. 6. Куценко Л.Н., Розоха С.В., Суліма В.В. Геометрическое моделирование и некоторые приложения обкатки треугольником Рельо // Проблемы машиностроения. 2001. Т. 4, № 3-4. С. 85-94. 7. Лісняк А.А. Трикутник Рельо як фігура постійної ширини та його можливі використання // Геометричне та комп'ютерне моделювання – Харків: ХДУХТ, 2006. – Вип.14. – С. 180-187. 8. Лісняк А.А. Опис трикутника Рельо рівнянням геометрія та інженерна графіка – Київ: КНУБА, 2004.– Вип. 74.-С. 260-267. 9. Лісняк А.А. Геометричне моделювання дій механічних пристрій на основі властивостей трикутника Рельо: Автореф. дис... канд. техн. наук: 05.01.01/Таврійська державна агротехнологічна академія. – Мелітополь,2008.-20 с. 10. Говорухин В.Н., Цибулин В.Г. Введение в Maple (математический пакет для всех). – М.: Мир, 1997. – 208 с. 11. Дьяконов В.П. Математическая система MAPLE V R3/R4/R5/. – М.: Солтон, 1998. – 400 с. 12. Манзон Б.М. MAPLE V Power Edition. – М.: Издат. дом “Филинъ”, 1998. – 240 с. 13. Besicovitch A.S. Measure of asymmetry of convex curves. II: Curves of constant width, J. London Math. Soc. 26 (1951), p. 81-93. 14. Eggleston H. G. Measure of asymmetry of convex curves of constant width and restricted radii of curvature, Quart. J. Math. 3 (1952) p. 63-72

Наведемо деякі пояснення щодо переваг опису кривих у неявно-поліноміальному вигляді  $F(X, Y) = 0$ .  
Нехай у системі координат  $OXY$  маємо рівняння  $F(X, Y) = 0$  контуру фігури  $\mathcal{W}$ , що рухається по площині  $oxy$  відповідно до закону, описаного рівняннями  $X = X(x, y, C)$ ;  $Y = Y(x, y, C)$ . Тоді вираз

$$f(x, y, C) \equiv F(X(x, y, C), Y(x, y, C)) = 0 \quad (19)$$

буде рівнянням сім'ї фігур  $\{\mathcal{W}\}$ , елементи якого складають миттеві положення фігури  $\mathcal{W}$  у процесі її руху. Для визначення обвідної як результату руху фігури  $\mathcal{W}$  по площині, необхідно виключити параметр  $C$  із системи рівнянь виду

$$f(x, y, C) = 0; \frac{\partial f(x, y, C)}{\partial C} = 0. \quad (20)$$

Тобто необхідно знаходити похідну від функції  $f(x, y, C)$ , побудованої на основі рівняння  $F(X, Y) = 0$ . А похідну найпростіше буде обчислювати тоді, коли функція  $f(x, y, C)$  матиме поліноміальний характер. Але на практиці функція  $f(x, y, C)$  не є поліноміальним, адже до рівняння  $X = X(x, y, C)$ ;  $Y = Y(x, y, C)$ , як правило, входять тригонометричні функції  $\sin$  і  $\cos$ .

Отримано 18.03.2011, ХДУХТ, м. Харків.

© Д.В.Кукуруза, А.А.Лісняк, А.А.Коваленко, 2011.

## Зміст

<b>Куценко Л.М., Адашевський О.В.</b> Дослідження гравітаційного більярда при наявності пересоку на сусідній площині.....	3	Челомбітько В.Ф., Ткаченко В.П. Побудова орнаментів з елементами симетрії підносно точки з використанням R-Функцій.....	99
<b>Бойко А.П., Бондаренко О.В.</b> Геометричне моделювання суднової поверхні.....	13	Торянік В.В., Глібко О.А., Максимова М.А. Розробка схем алгоритмів стискання растрових зображень.....	104
<b>Пилипака С.Ф., Несвідомін А.В.</b> MAPLE-модель руху частинки по шорсткій внутрішній поверхні вертикального циліндра.....	19	Федченко А.В., Чермных И.А. Построение и визуализация моделей в курсе «Геометрическое моделирование».....	110
<b>Хомченко А.Н., Литвиненко Е.И., Астионенко И.А.</b> Конечний элемент изгибаемой пластины: модель Биркгофа – Гарабедиана.....	25	Шейник С.П., Рудакова А.В. Методы визуализации аппроксимирующих моделей на основе оболочек для территориально распределенных объектов.....	116
<b>Пилипака С.Ф., Бойко Л.С.</b> Апроксимація гвинтового коноїда смугами торсів вздовж просторових кривих на його поверхні .....	32	Сушевський Д.В. Підвищення точності ідентифікації будівель на цифрових проекційних зображеннях на основі геометричної декомпозиції об'єктів .....	123
<b>Борисенко В.Д., Котляр Д.В.</b> Апроксимація профілю лопатки осьової турбіни кривою Безье.....	39	Мирошниченко М.Ю. Определение оптимального смещения цветовых охвалов в задачах визуализации трёхмерных моделей рельефа.....	131
<b>Несвідомін В.М., Бабка В.М., Муквич М.М.</b> Конструювання трубчастої поверхні, віднесеної до ліній кривини, як множини кіл кривини гвинтової лінії .....	45	Савченко Л.М., Воронцова Д.В., Роженко З.М. Застосування функціональних кривих для створення та редагування комп'ютерної анімації .....	138
<b>Хомченко А.Н., Мотайлло А.П.</b> Вероятностно-геометрическое конструирование базиса октаэдра.....	51	Маловик І.В., Соколов Д.Л. Можливі схеми реалізації епітрохоїдних і гіпотрохоїдних ротаційних компресорів .....	142
<b>Устенко С.А.</b> Побудова переходної лінії в плоскому перерізі лопатки осьового компресора .....	57	Золотова А.В., Ахматшина О.І. Формування дискретного каркасу складеної поверхні при рівномірному розподіленні зовнішнього формоутворюючого навантаження .....	149
<b>Грищенко І.Ю.</b> До визначення оптимальної інтерполяції точкового ряду графіками гіперболічного секанса .....	62	Попова А.М. Моделі економічних циклів на основі диференціальних рівнянь другого порядку .....	155
<b>Середа І.В., Сукачов І.І., Грицина Н.І.</b> Побудова розгорток засобами конструкторської системи КОМПАС .....	67	Сініко І.С., Савельєва О.В., Корнєщук І.Т. Моделювання фрактальних об'єктів інтер'єру .....	163
<b>Краснокутський А.М., Савченко Л.М., Шевченко М.М.</b> Перспективи использования схемы фрикционной штамповки - вытяжки при изготовлении крупногабаритных деталей .....	71	Колочавін Р.М. Побудова поверхонь Кунса засобами математичного пакету MAPLE ..	168
<b>Кукуруза Д.В., Лісняк А.А., Коваленко А.А.</b> Опис кривих постійної ширини рівнянням у неявно-поліноміальному вигляді .....	77	Тютюнников С.В. Опис дискретної відбивальної поверхні оптичного концентратора циліндричної форми .....	176
<b>Легета Я.П., Соколов Д.Л.</b> Технологія формування глухих некруглих отворів на базі планетарного механізму .....	86	Тормосов Ю.М., Сафіуліна К.Р., Нечипоренко И.В., Сасенко С.Ю. Компьютерная графика и моделирование в подготовке специалистов пищевой индустрии .....	182
<b>Роженко З.М., Савченко І.М.</b> Построение перспективы офисного интерьера .....	94	Запорожченко В.С., Кулінко О.В., Павленко І.В., Запорожченко А.В., Деякі аспекти вирішення проблеми графічної підготовки студентів ...	186

Сайтов В.І., Савельєва О.В., Сінько І.С., Красіль О.С.  
Тривимірне моделювання ювелірних виробів у системі ARTCAM  
JEWELSMITH.....  
Зміст.....

Наукове фахове видання  
194  
200

## Геометричне та комп'ютерне моделювання

Збірник наукових праць

Випуск 28

Відповідальний за випуск: Ю.М.Тормосов  
Редактори: Ю.М.Тормосов  
К.Р.Сафуліна  
Комп'ютерна верстка: К.Р.Сафуліної

Тем. план 2011 р.  
Підп. до друку 30.03.2011 р. Формат 60x84 1/16. Папір офсет.  
Обл.-вид.арк. 12,6 Умов.-друк.арк 11,2. Тираж 300 прим. Зам. № 489

Видавець і виготовлювач  
Харківський державний університет харчування та торгівлі  
Вул. Клочківська, 333, Харків, 61051.  
Свідоцтво субекта видавничої справи ДК № 2319 від 19.10.2005 р.