УДК 621.396.96

ДОСЛІДЖЕННЯ ВЛАСТИВОСТЕЙ ФРАКТАЛЬНИХ ФУНКЦІЙ ЗА ДОПОМОГОЮ МАТЕМАТИЧНОГО ПАКЕТУ MATHCAD

Петренко Д.М., НУЦЗУ
НК – Маляров М.В., к.т.н., доцент, НУЦЗУ

У 1975 році Б. Мандельбротом було введено поняття «фрактал». У термінах, що він ввів, слово «фрактал» походить від латинського fractus, що означає дрібний або порізаний. Фракталами називають такі геометричні об'єкти: лінії, поверхні, просторові тіла, що мають порізану форму і володіють властивістю самоподібності. Іншими словами говорять про властивості масштабної інваріантності (від латинського invarians – незмінний) або скейлінга (від англійського слова scaling – вимірювати, масштабувати).

Існують спеціальні фрактальні функції, що володіють властивістю скейлінга та котрі можна описати математичними виразами. Як приклад масштабно-інваріантної фрактальної кривої зазвичай розглядають фрактальну функцію Мандельброта-Вейєрштрасса, яка визначається співвідношенням:

$$W(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\frac{\left(1-e^{ib^n t}\right)e^{i\varphi_n}}{b^{(2-D)n}}. \qquad (1)$$

Більш простий різновид цієї функції виходить, якщо покласти φn=0. Така функція має назву косінусна фрактальна функція Вейєрштрасса – Мандельброта та є дійсною частиною функції W(t)

$$C(t)=\operatorname{Re}W(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\frac{1-\cos\left(b^n t\right)}{b^{(2-D)n}}. \qquad (2)$$

Фрактальну функцію, описану виразом (2) легко запрограмувати за допомогою пакету MathCad. Дослідження властивостей функції Вейєрштрасса – Мандельброта за допомогою пакету MathCad доводить, що при малих значеннях D (яку називають фрактальною розмірністю) функція по суті гладка, але коли D зростає до 2, починає сильно флуктуювати та нагадує шум в електронних ланцюгах.

Для обчислення значень D можна реалізувати реалізує метод, пов'язаний з покриттям кривої квадратиками. Для цього потрібно реалізувати дві підпрограми-функції: перша підпрограма для визначення розміру сторони квадратика E(n), якими покривається досліджувана крива, величина n задає кількість квадратів, які укладаються на відрізку осі абсцис [x1; x2] та друга підпрограма для визначення U(a1; a2) – так званого, розмаху функції, тобто різниця між максимальним і мінімальних значень функції, на відрізку [a1; a2]. Головний програма N підраховує кількість клітин, якими покривається крива Вейерштрасса-Мандельброта при укладанні на відрізку осі абсцис [x1; x2] квадратиків в кількості n штук.

ЛІТЕРАТУРА

1. Е. Федер. Фракталы. –М: «Мир», 1991. –254 с.
2. Гринченко В. Т. Фракталы: от удивления к рабочему инструменту: учебное пособие/ В. Т. Гринченко, В. Т. Мацыпура, А. А. Снарский. – Киев : Наукова думка, 2013. – 270 с.