УДК 614.84

А.С. Кирилюк, О.В. Кулаков
Национальный университет гражданской защиты Украины

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ДЛЯ РАСЧЕТА ПОКАЗАТЕЛЕЙ ПОЖАРОБЕЗОПАСНОГО ОСТАТОЧНОГО РЕСУРСА КАБЕЛЬНЫХ ЛИНИЙ СО СЛУЧАЙНОЙ ВЕЛИЧИНОЙ РАСХОДУЕМОГО РЕСУРСА

Предложены математические модели, которые позволяют проводить расчеты показателей пожаробезопасного остаточного ресурса (ПОР) для кабельных линий (КЛ) со случайной величиной расходуемого ресурса за заданную календарную продолжительность эксплуатации изделия. Для проведения таких расчетов должны быть известны законы распределения наработки до ресурсного отказа и суммарной наработки КЛ к назначенному сроку службы

Кабельные изделия (КИ) имеют определенный пожаробезопасный ресурс эксплуатации [1, 2], который зависит от многих факторов и при определенных условиях может закончиться как раньше, так и позже нормативного срока.

Актуальным является совершенствование системы технического обслуживания и ремонта кабельных линий, в составе которых эксплуатируются КИ, с целью снижения затрат на поддержание их работоспособного состояния и заданного уровня надежности работы. Одним из путей решения этой задачи является разработка и внедрение технического обслуживания и ремонта КЛ по фактическому состоянию. Для этого необходимо решить задачу оценки показателей остаточного ресурса конкретной КЛ по эксплуатационным данным.

Под пожаробезопасным остаточным ресурсом КЛ будем понимать суммарную наработку КЛ от момента контроля ее технического состояния до отказа, в результате которого КИ КЛ достигают предельного состояния. Под предельным состоянием будем понимать такое техническое состояние, при котором ремонт КЛ невозможен и (или) экономически нецелесообразен.

В работах [3, 4] предложен однопараметрный поход к оценке остаточного ресурса отдельных КИ.

Известны аналитические методы расчета показателей остаточного ресурса технических изделий [5, 6], основанные на построении математических моделей с детерминированной величиной расходуемого ресурса.

Одним из основных признаков достижения пожароопасного состояния является увеличение параметра потока отказов отдельных КИ либо интенсивности отказов элементов КЛ (например, соединительных муфт).

Построим математические модели для расчета показателей остаточного ресурса конкретной КЛ в предположении, что суммарная наработка $r(\tau)$ за фиксированную календарную продолжительность эксплуатации τ является случайной величиной с известной функцией распределения $G(x, \tau)$ и плотностью распределения $g(x, \tau)$. При этом тип этого закона распределения и его параметры зависят от календарной продолжительности эксплуатации КЛ.

Пусть $F(x)$ – функция распределения наработки ξ изделия до ресурсного отказа, $r(\tau)$ – случайная величина ресурса, вырабатываемая изделием к моменту τ контроля технического состояния. Тогда ПОР $\xi(g(x, \tau))$ изделия после момента τ определяется по соотношению:

$$\xi(g(x,\tau)) = \begin{cases} \xi - r(\tau), & \text{если} \quad \xi > r(\tau); \\ 0, & \text{если} \quad \xi \le r(\tau). \end{cases} \qquad (1)$$

В задачах продления ресурса технических изделий под моментом времени τ понимают, как правило, назначенный срок службы. Величины ξ и $r(\tau)$ – случайные, следовательно величина $\xi(g(x, \tau))$ является случайной величиной, поэтому в качестве показателей ПОР будем рассматривать ее числовые характеристики: "средний ПОР" $T_{пор}(g(x, \tau))$, "гамма-процентный ПОР" $T_{пор\gamma}(g(x, \tau))$. Более общей характеристикой ПОР является функция распределения ПОР, т.е.

$$F_r(t) = P\{\xi - r(\tau) \le t / \xi > r(\tau)\} = \frac{P\{r(\tau) < \xi < t + r(\tau)\}}{P\{\xi > r(\tau)\}},$$

или

$$F_r(t) = \frac{F(r(\tau) + t) - F(r(\tau))}{P\{\xi > r(\tau)\}}, \qquad (2)$$

где t – заданная наработка.

Соответствующая вероятность безотказной работы в течение заданной наработки t находится по соотношению:

$$P_r(t) = 1 - F_r(t) = \frac{P\{\xi > r(\tau) + t\}}{P\{\xi > r(\tau)\}}. \qquad (3)$$

Из формулы (3) видно, что расчет вероятности безотказной работы или вероятности того, что величина ПОР изделия будет не меньше заданной наработки t, сводится к вычислению вероятностей $P\{\xi > r(\tau)\}$ и $P\{\xi > r(\tau) + t\}$.

Найдем вероятность события $\xi > r(\tau)$. Вероятность того, что суммарная наработка изделия за календарный срок службы τ будет принадлежать интервалу (x, x+dx) и наработка до ресурсного отказа будет не менее x равна $\overline{F}(x)g(x,\tau)dx$. Тогда, интегрируя эту вероятность по всем x, получим:

$$P\{\xi > r(\tau)\} = \int_0^\infty \overline{F}(x)g(x,\tau)dx. \qquad (4)$$

Вероятность события $\xi > r(\tau) + t$ найдем, рассуждая аналогичным образом, т.е.

$$P\{\xi > r(\tau) + t\} = \int_0^\infty \overline{F}(x+t)g(x,\tau)dx. \qquad (5)$$

Величину среднего ПОР $T_{пор}(g(x, \tau))$ найдем как математическое ожидание случайной величины $\xi(g(x, \tau))$, т.е.

$$T_{пор}(g(x,\tau)) = M[\xi(g(x,\tau))] = \int_0^\infty P\{\xi(g(x,\tau)) > t\}dt =$$

$$= \frac{1}{P\{\xi > r(\tau)\}}\int_0^\infty P\{\xi > r(\tau) + t\}dt.$$

Найдем теперь соответствующие формулы для гамма-процентного ПОР. Величину гамма-процентного ПОР $T_{пор\gamma}(g(x, \tau))$ определим из соотношения (2):

$$P\{\xi(g(x,\tau)) > T_{пор\gamma}(g(x,\tau))\} = \frac{P\{\xi > r(\tau) + T_{op\gamma}(g(x,\tau))\}}{P\{\xi > r(\tau)\}} = 0{,}01\gamma, \qquad (6)$$

$0 < \gamma < 100\%$, или из уравнения:

$$P\{\xi > r(\tau) + T_{пор\gamma}(g(x,\tau))\} = 0{,}01\gamma \cdot P\{\xi > r(\tau)\}.$$

Вероятности $P\{\xi > r(\tau)\}$ и $P\{\xi > r(\tau) + t\}$ можно рассматривать как модели надежности типа "нагрузка-прочность" и для их расчета использовать известные соотношения [7]. Расчеты показателей ПОР конкретной КЛ необходимо проводить для календарных продолжительностей эксплуатации изделия и соответствующих им законам распределения суммарной наработки КЛ. В качестве распределений наработки до ресурсного отказа можно использовать типовые распределения, приведенные в стандарте [8] (нормальное, экспоненциальное, Вейбулла, логарифмически нормальное, гамма-распределение, диффузионное монотонное и диффузионное немонотонное).

Получим расчетные соотношения показателей ПОР КЛ для экспоненциального закона распределения наработки до ресурсного отказа с параметром λ_1, т.е. $\xi \sim \Gamma(\lambda_1, 1)$; суммарная наработка $r(\tau)$ для заданного срока службы τ КЛ – случайная величина с плотностью распределения $g(x, \tau)$. Тогда, из выражений (3), (4) следует:

$$P\{\xi > r(\tau)\} = \int_0^\infty e^{-\lambda_1 x}g(x,\tau)dx. \qquad (7)$$

$$P\{\xi > r(\tau) + t\} = \int_0^{\infty} e^{-\lambda_1 (x+t)} g(x,\tau) dx = e^{-\lambda_1 t} \int_0^{\infty} e^{-\lambda_1 x)} g(x,\tau) dx. \qquad (8)$$

При подстановке (7), (8) в формулу (2) найдем вероятность того, что величина ПОР будет не менее заданной наработки t:

$$P\{\xi(g(x,r)) > t\} = e^{-\lambda_1 t}. \qquad (9)$$

Из формулы (9) видно, что вероятность $P\{\xi(g(x,r)) > t\}$ при экспоненциальном законе распределения наработки до ресурсного отказа не зависит от типа закона распределения суммарной наработки КЛ. Величину среднего ПОР получим из выражений (5), (7)…(9):

$$T_{пор}(g(x,r)) = \frac{1}{\lambda_1}, \qquad (10)$$

т.е. величина среднего ПОР при экспоненциальном законе распределения наработки до ресурсного отказа не зависит от типа закона распределения суммарной наработки КЛ.

Значение гамма-процентного ПОР $T_{пор\gamma}(g(x, \tau))$ определим из формулы (6):

$$e^{-\lambda_1 T_{ор\gamma}(g(x,\tau))} = 0{,}01\gamma,$$

или

$$T_{пор\gamma}(g(x,\tau)) = -\frac{ln(0{,}01\gamma)}{\lambda_1}. \qquad (11)$$

Из формулы (11) видно, что величина гамма-процентного ПОР при экспоненциальном законе распределения наработки до ресурсного отказа не зависит от типа закона распределения суммарной наработки КЛ.

Получим расчетные соотношения для вероятности $P\{\xi > r(\tau)\}$ для следующих распределений суммарной наработки изделия: 1) равномерное распределение в интервале [a, b], т.е. $r(\tau) \sim R(a, b)$; 2) распределение Симпсона в интервале [A, B], т.е. $r(\tau) \sim S(A, B)$; 3) нормальное распределение с параметрами $\mu_2(\tau)$, $\sigma_2(\tau)$, т.е. $r(\tau) \sim N(\mu_2(\tau), \sigma_2^2(\tau))$.

1. При $r(\tau) \sim R(a, b)$:

$$P\{\xi > r(\tau)\} = \frac{e^{-\lambda_1 a} - e^{-\lambda_1 b}}{\lambda_1 (b-a)}. \qquad (12)$$

2. При $r(\tau) \sim S(A, B)$:

$$P\{\xi > r(\tau)\} = \frac{4}{\lambda_1 (b-a)^2} \left[\frac{\left(e^{\frac{-\lambda_1 a}{2}} - e^{\frac{-\lambda_1 b}{2}} \right)^2}{\lambda_1} + \frac{(a+b) \cdot e^{-\frac{\lambda_1 (a+b)}{2}}}{2} \right]. \qquad (13)$$

3. При $r(\tau) \sim N(\mu_2(\tau), \sigma_2^2(\tau))$:

$$P\{\xi > r(\tau)\} = exp\left(\frac{\lambda_1^2 \sigma_2^2(\tau)}{2} - \lambda_1 \mu_2(\tau) \right) \cdot \Phi\left(\frac{\mu_2(\tau)}{\sigma_2(\tau)} - \lambda_1 \sigma_2(\tau) \right), \qquad (14)$$

где $\Phi(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{u} e^{-\frac{x^2}{2}} dx$.

Вероятность $P\{\xi > r(\tau) + t\}$ в соответствии с (8) находится по формуле:

$$P\{\xi > r(\tau) + t\} = e^{-\lambda_1 t} \cdot P\{\xi > r(\tau)\}. \quad (15)$$

Из полученных соотношений видно, что при экспоненциальном законе распределения наработки до ресурсного отказа тип закона распределения суммарной наработки изделия не изменяет расчетные соотношения для показателей остаточного ресурса для случая, когда величина израсходованного ресурса изделия за назначенный срок службы τ – детерминированная.

Предложенные математические модели позволяют проводить расчеты показателей ПОР для конкретных КЛ со случайной величиной расходуемого ресурса за заданную календарную продолжительность эксплуатации изделия, в том числе и за назначенный срок службы изделия. Для проведения таких расчетов должны быть известны законы распределения наработки до ресурсного отказа и суммарной наработки КЛ к назначенному сроку службы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кабели силовые с пластмассовой изоляцией. Технические условия: ГОСТ 16442-80. – [Введен 1982-01-01] – Москва: Изд-во стандартов, 1981. – 23 с. – (Стандарт бывшего СССР).
2. Кабели контрольные с резиновой и пластмассовой изоляцией: ГОСТ 1508-78. – [Введен 1980-01-01] – Москва: Изд-во стандартов, 1979. – 15 с. – (Стандарт бывшего СССР).
3. Пономарьов В.О. Попередження виникнення джерел запалювання електричного походження в кабельних лініях шляхом аналізу зміни енергії активації генерації носіїв зарядів в діелектрику ізоляції / В.О. Пономарьов, О.В. Кулаков, Б.Г. Набока // Проблемы пожарной безопасности: Сб. науч. тр. УЦЗ Украины. – 2008. – Вып. 23. – С.142-145.
4. Пономарьов В.О. Залежність властивостей ізоляції кабельних виробів від електричного старіння / В.О. Пономарьов, О.В. Кулаков, В.С. Хоменко // Проблемы пожарной безопасности: Сб. науч. тр. АЦЗ Украины. – 2006. – Вып. 20. – С. 148-150.
5. Садыхов Г.С. Оценка остаточного ресурса с использованием физической модели аддитивного накопления повреждений / Г.С. Садыхов, В.П. Савченко// Доклады Академии наук Украины. – 1995. – Т. 343. – № 4. – С. 469-472.
6. Садыхов Г.С. Непараметрический метод оценки нижней доверительной границы среднего остаточного ресурса технических изделий / Г.С. Садыхов, В.П. Савченко, Х.Р. Федорчук // Доклады Академии наук Украины. – 1995. – Т. 343. – № 3. – С. 326-328.
7. Переверзев Е.С. Случайные процессы в параметрических моделях надежности / Переверзев Е.С. – Киев: Наукова думка, 1987. – 252 с.
8. Надійність техніки. Методи розрахунку показників надійності. Загальні вимоги: ДСТУ 2862-94. – [Чинний від 1997-01-01]. – Київ: Держстандарт України, 1995. – 90 с. – (Національний стандарт України).