

УДК 502.51(282.03):556.18:628.1(043.5)

*О. В. Третьяков¹, д.т.н., доцент, професор каф. (ORCID 0000-0002-0457-9553)**В. Л. Безсонний², к.т.н., ст. викладач каф. (ORCID 0000-0001-8089-7724)**Р. В. Пономаренко³, к.т.н., с.н.с., заст. нач. каф. (ORCID 0000-0002-6300-3108)**П. Ю. Бородич³, к.т.н., доцент, доцент каф. (ORCID 0000-0001-9933-8498)*¹*Харківська державна академія фізичної культури, Харків, Україна*²*Харківський національний економічний університет імені С. Кузнеця*³*Національний університет цивільного захисту України, Харків, Україна*

ПІДВИЩЕННЯ ЕФЕКТИВНОСТІ ПРОГНОЗУВАННЯ ВПЛИВУ ТЕХНОГЕННОГО ЗАБРУДНЕННЯ НА ПОВЕРХНЕВІ ВОДОЙМИ

Виконано ретроспективний аналіз даних оперативного контролю показників БСК та розчиненого кисню Червонооскільського водосховища (Україна). На підставі ретроспективних даних спостережень 2014–2018 років виявлено тенденції до покращання кисневого режиму водойми – збільшення концентрації розчиненого кисню та зменшення БСК за середньорічними показниками. Це пояснюється зменшенням антропогенного навантаження на басейн водойми через економічний спад, який є наслідком несприятливої економічної ситуації у країні. Найбільш доцільним методом для прогнозування динаміки показників екологічного стану поверхневих водойм можна вважати двокомпонентну модель Стритера – Фелпса та її модифікації (розчинений кисень – біохімічне споживання кисню). Простота вимірювань показників обумовлюють перевагу цього методу як одного з найкращих стандартних методів аналізу екологічного стану поверхневих вод. Удосконалено математичну модель динаміки кисневих показників екологічного стану поверхневих вод доповненням коригуючими коефіцієнтами, що дозволяє з високою точністю прогнозувати екологічний стан водойм. Така модель оптимізує екологічний моніторинг та управління екологічною безпекою водойми. Теоретично обґрунтовано та експериментально підтверджено можливість довгострокового прогнозування екологічного стану водного об'єкту на основі спостереження за динамікою змін показників біохімічного споживання кисню та розчиненого кисню. Розраховано параметри k_1 (коефіцієнт біохімічного окислення органічних речовин) та k_2 (коефіцієнт реаерації) моделі Стритера-Фелпса для водосховища. Враховуючи значення температури на розчинність кисню та на швидкість біохімічних процесів розрахунок параметрів k_1 та k_2 виконано для кожного місяця року. Перевагами проведеного дослідження є можливість оперативної обробки даних моніторингу поверхневих джерел водопостачання. Використана модель дає змогу проводити розрахунки без застосування спеціальних комп'ютерних програм.

Ключові слова: екологічне прогнозування, кисневий режим, біохімічне споживання кисню, розчинений кисень, модель Стритера-Фелпса

1. Вступ

Прогнозом прийнято називати передбачення змін будь-яких процесів, подій, умов, елементів, що базуються на знанні закономірностей їх розвитку або є результатом наукового аналізу отриманих даних. Під прогнозуванням розуміють процес, в результаті якого отримують ймовірнісні дані про майбутній стан об'єкта, що прогнозується. Прогнозування є важливою складовою частиною системи планування та управління. В галузі управління водними об'єктами важливе значення мають програма та план роботи, оскільки через них реалізується досягнення прогнозованих результатів.

Техногенна діяльність може призводити до регіональних і навіть глобальних змін довкілля. На сьогодні існує багато методів прогнозування. Усі вони ґрунтуються на двох підходах: евристичному, тобто інтуїтивному, що спирається на попередній досвід розв'язку споріднених задач, і математичному, що описує досліджуваний процес за допомогою різноманітних математичних засобів (систем диференціальних, інтегральних, інтегродиференціальних рівнянь; абстрактної алгебри; математичної логіки; теорії ймовірностей, рядів, множин і т.і.).

В останній час значно підвищився інтерес до задач розрахунку переносу забруднень у водних об'єктах у зв'язку необхідністю проведення оцінок антропогенного впливу на водне середовище при скиданні стічних вод та при проведенні різноманітних заходів водокористування [1–5].

Математичне прогнозування являє собою найбільший науковий інтерес. Воно полягає в використанні наявної інформації про об'єкт прогнозування, математичної обробки інформації шляхом отримання залежності, що пов'язує характеристики з часом або іншими незалежними змінними, та обрахуванні характеристик об'єкту в заданий момент часу при заданих значеннях інших незалежних змінних.

Вивчення впливу гідрофізичних, біохімічних та інших факторів на механізми переносу та перетворення забруднюючих речовин та інші аспекти процесів самоочищення є на сьогодні предметом вітчизняних та зарубіжних досліджень.

Під дією забруднюючих речовин відбувається порушення природної рівноваги багатокомпонентної системи, якою є природні води. Водний об'єкт «мобілізує сили», що протидіють порушенню природних умов та прагнуть повернути всю систему в початковий стан. Оцінка напрямку та інтенсивності процесу самоочищення вимагає наявності інформації про кількісні характеристики: параметри водного об'єкта, властивості, сполуки і режими надходження стічних вод.

Стічні води звичайно надходять у водойму або водотік у вигляді струменя. У струменевій зоні на інтенсивність переносу й перетворення домішок впливають примарні швидкості течії, а в дифузійній зоні не впливають. Процес розведення домішок, що надходять зі стічними водами, сильно залежить від гідрофізичних факторів, особливо від турбулізації потоку, тому що в турбулентному потоці зростає роль компонента, що ставиться до пульсаційного поля швидкостей і концентрацій.

Процес розподілу стічних вод у водоймах включає три зони ділянки перемішування: струменева (інерційна) зона початкового змішування; зона вирівнювання концентрацій (у ній відбувається трирозмірна дифузія забруднюючої речовини, а при малій глибині – дворозмірна); зона повного змішування (у ній відбувається так називана поздовжня дифузія забруднюючої речовини). Таким чином, домішки, що потрапили в ту або іншу частину річкового потоку, захоплюються течією і під впливом турбулентного перемішування поширюються в суміжні струмені потоку. При цьому відбувається розведення домішок; у міру видалення від місця надходження домішки в потік їх концентрація поступово знижується та при наявності самоочищення наближається до фонові.

У практичному значенні раннє виявлення несанкціонованого забруднення у водоймі можливе шляхом виявлення різниці у результатах вимірювань за створами, розташованими в різних точках берегу водойми до проходження зони вирівнювання концентрацій.

Майже на 80 % питне водопостачання країни забезпечується за рахунок поверхневих джерел. Тому якість і стан води у поверхневих водних об'єктах є суттєвим фактором санітарного та епідемічного благополуччя населення [6].

В останні роки спостерігається загострення проблем у сфері екологічної безпеки поверхневих вод, що спричинено незадовільним станом водних ресурсів. Серед причин цього слід відмітити відсутність дієвих механізмів при впровадженні басейнового принципу управління водними ресурсами, контролю

та відповідальності. Ця ситуація обумовлена історичним розвитком та розташуванням об'єктів промисловості. Основні забруднювачі поверхневих джерел питного водопостачання знаходяться на одній території (області), а підготовка до виробництва питної води та її споживання здійснюються на іншій території. Особливо це стосується водосховищ, оскільки вони створюються для накопичення запасів води та комплексного господарського використання.

Для прикладу розглянемо Червонооскільське водосховище, яке розташоване в межах Харківської і частково Донецької областей (Україна) та створене шляхом зарегулювання стоку р. Оскіл – притоки першого порядку р. Сіверський Донець. За проектним призначенням водосховище є основним джерелом централізованого господарського водопостачання Донбасу. Передбачено використання водосховища для зрошення, потреб рибного господарства та відпочинку населення [7].

Кисень, необхідний для існування більшості водних організмів, і є одним із найбільш потужних природних окиснювачів, виконуючи санітарно-гігієнічну роль у водоймі. Кисень належить до найважливіших розчинених газів, його вміст великою мірою визначає якість води. Завдяки своїм властивостям кисень інтенсифікує процеси самоочищення, фізико-хімічної трансформації та гідробіологічного кругообігу речовин.

Концентрація кисню, розчиненого у воді, є інтегральною величиною, яка визначається співвідношенням різноспрямованих фізико-хімічних, гідродинамічних і гідробіологічних процесів, що відбуваються у водному середовищі та на межі розділення «вода-атмосфера» [7].

Основним джерелом надходження кисню до поверхневих вод є атмосферне повітря. Крім того, значна частина кисню виділяється рослинами в процесі фотосинтезу. Витрати кисню пов'язані з хімічними та біохімічними процесами окислення органічних та деяких неорганічних речовин, а також з диханням водних організмів. Кисень споживається з різною швидкістю, в залежності від температури, кількості бактерій, інших водних організмів та речовин.

У відповідності з вимогами до складу та якості води водойм у пунктах питного та санітарного водокористування вміст розчиненого кисню у воді повинен бути не нижче як 4 мг/дм^3 для будь-якої пори року. Згідно з рибогосподарськими нормативами концентрація кисню у воді взимку повинна бути більше або дорівнювати 4 мг/дм^3 , а влітку – не нижче як 6 мг/дм^3 [8].

Басейн річки Сіверський Донець, до якого відноситься Червонооскільське водосховище, є одним з найбільш складних серед річкових басейнів України. Формування хімічного складу та якості води басейну проходить у неоднорідних природних умовах та під впливом суттєвого техногенного навантаження. Виконані раніше дослідження свідчать про недостатню забезпеченість киснем поверхневих вод басейну Сіверського Дінця [6–8].

Тому дослідження та прогнозування динаміки кисневого режиму Червонооскільського водосховища, а саме показників розчиненого кисню (РК) та біохімічного споживання кисню (БСК), є актуальним як при поточному планування водокористування, так і для процесу реалізації інтегрованого управління водними ресурсами.

2. Аналіз літературних даних та постановка проблеми

Як зазначалося вище, одним з основних способів, які допомагають вирішувати проблеми, пов'язані з прогнозуванням екологічної безпеки

поверхневих вод, є математичне моделювання. Побудувавши математичну модель динаміки якості води, можна визначити ступінь та глибину очищення, відповідність нормам питного та господарського використання. Можна визначити, також, якість води в будь-якій точці водойми в будь-який момент часу та розробити комплекс заходів, потрібних для доведення цієї якості до відповідності рекреаційним чи рибогосподарським вимогам. За допомогою моделі можна спрогнозувати наслідки впливу неочищених чи недоочищених стічних вод, які скидаються до водного об'єкту, на якість води тощо.

Вихідною інформацією для задач прогнозування екологічної безпеки водойми є результати спостережень. Прогнозування і спостереження тісно пов'язані між собою. Прогнозування якості води можливе за наявності інформації про якість (прямий зв'язок). Побудова прогнозу моделі передбачає знання закономірностей змін водного середовища та можливість математичних розрахунків (зворотній зв'язок).

Для характеристики комплексу процесів, що реально впливають на екологічну безпеку водойми, використовуються досить складні рівняння, оскільки зміна концентрації однієї складової буде автоматично впливати на інші, що обумовлено законом збереження мас. Використання рівнянь Стрітера-Фелпса [7] дає змогу оцінювати весь комплекс забруднюючих воду речовин, що скидаються до водойми, споживанням кисню та компенсаторним впливом атмосферної аерації.

На сьогодні, як в Україні так і в світі, прогнозуванню та аналізу вмісту у воді розчиненого кисню та біохімічного споживання кисню присвячено велику кількість досліджень. Зокрема, достатньо змістовні огляди наводяться у публікаціях [7, 9–11].

Досить поширені двокомпонентні прогнозні моделі екологічного стану води, де процеси формування якості води оцінюються споживанням кисню (процеси біохімічного окислення органічних сполук) та його надходженням (процес атмосферної аерації).

Нові тенденції відмічаються в прогнозуванні якості води: повернення до класичних моделей, в яких концентрація РК є функцією розпаду розчиненої органіки та природних процесів (атмосферна аерація). Співвідношення «РК-БСК» описується класичною моделлю Стрітера-Фелпса, рівняння процесів у якій базуються на допущеннях кінетики першого порядку, були аналітично розв'язані Фелпсом і Стрітером для ділянки ріки, і на сьогодні є досить широко використовуваними у розрахунках [7, 12–16].

Прогнозування кисневого режиму річки Сіверський Донець на окремій ділянці методами математичного моделювання розглядається в роботі [6].

Коефіцієнт швидкості біохімічного окислення та біохімічну потребу в кисні пропонується визначати за допомогою спеціально розрахованих автором таблиць [12]. Для визначення вказаних теоретичних речовин необхідна пара експериментально отриманих значень БСК_T та БСК_{2T} (біохімічне споживання кисню за період часу T та 2T діб відповідно). В цьому випадку, для розрахунку названих вище теоретичних величин, крім вимірюваного значення БСК₅, необхідно додатково виміряти значення (для тієї самої проби води) БСК₁₀. Для розрахунку цих величин автор доповнив класичні рівняння Стрітера-Фелпса ще одним рівнянням. Це дало можливість більш точно розрахувати показники. Але перевага цього методу одночасно є і його недоліком. В практиці моніторингу водних об'єктів загальноприйнятим є вимірювання БСК₅, що відповідає значенню T=5 діб, вимірювання БСК₁₀ не здійснювалося і не здійснюється.

В роботах [13–15] застосовуються модифікації класичної моделі Стрітера-Фелпса. В моделі вводиться біофільтр і конвективні та дифузні члени.

Задача визначення коефіцієнтів рівнянь Стрітера-Фелпса для морської акваторії розглядається в роботі [16]. Коефіцієнт біохімічного окислення визначається експериментально. Для визначення коефіцієнта реаерації запропонована методика пошуку, що виключає невизначеність при розв'язанні системи рівнянь. Моделювання динаміки кисневих показників для Червонооскільського водосховища наводиться у роботі [17].

Питання прогнозування та планування систем управління водними ресурсами в умовах невизначеності розглядаються у роботі [18]. Робота [19] присвячена застосуванню теорії ігор у визначенні та інтерпретації поведінки сторін водокористування.

Автори [20] пропонують модель підтримки прийняття рішень для державних водних агентств. Це метод стохастичного цільового програмування з двома цілями, одна з яких стосується управління фермою, інша – впливу на довкілля.

У роботі [21] розроблено загальну інтегровану модель оптимізації управління водним господарством для ефективного відображення широкого спектру варіантів управління. Екологічний стан басейну р. Сіверський Донець у цілому та вплив на нього стічних вод, а також кисневий режим, аналізується в роботах [8, 22, 23].

В розглянутих роботах наводяться приклади моделювання показників біохімічного споживання кисню та розчиненого кисню з використанням рівнянь Стрітера-Фелпса. Авторами [7–12] пропонується визначення параметрів моделі для конкретного водного об'єкту проводити, вирішуючи класичні рівняння. Інші автори [14–16] для підвищення точності моделі пропонують вводити до неї додаткові параметри, або проводити аналіз однієї і тієї ж проби води на БСК через подвійні інтервали часу [13]. Ряд робіт висвітлює проблеми моделювання безпосередньо в управлінні водними ресурсами [18–23].

Але в доступних з цього питання джерелах обійдено увагою питання визначення параметрів для моделей біохімічного споживання кисню та розчиненого кисню на підставі системних багаторічних спостережень та не розглядаються питання підвищення ефективності таких прогнозних моделей. Важливим є те, що такі спостереження проводяться на мережі контрольних створів (наприклад, басейн р. Сіверський Донець). Це дає можливість визначити швидкість процесів очищення (забруднення) водойми, побудувати відповідну прогнозу модель і перевірити її адекватність. Отриману модель можна застосовувати до аналогічних водойм.

На сьогодні, в умовах переходу України до басейнового принципу управління водними ресурсами, є актуальним питання мінімізації витрат при збереженні інформативності вже існуючої мережі спостережень. Зібрана за багаторічні спостереження екологічна інформація може служити базою для верифікації прогнозних моделей гідроекологічних процесів.

За проектним призначенням Червонооскільське водосховище є основним джерелом централізованого господарського водопостачання Донбасу (Україна), крім того, передбачено використання його для зрошення, потреб рибного господарства та відпочинку населення [7].

Дослідження динаміки кисневих показників є актуальним, враховуючи велике значення водосховища для забезпечення маловодних регіонів України питною водою. Показники кисню є інтегральними величинами, що

характеризують якість води в цілому. Тому в умовах, коли не можливо проведення повноцінного хімічного аналізу води, та необхідне управлінське рішення стосовно екологічної ситуації на водоймі, аналіз показників кисню та прогнозування їх динаміки дасть первісну інформацію для прийняття управлінського рішення.

Пропонується удосконалення класичної прогнозної математичної моделі (Стрітера-Фелпса) динаміки інтегральних показників екологічного стану поверхневих вод шляхом доповнення коригуючими коефіцієнтами та визначення її параметрів на підставі ретроспективних даних, взятих на послідовних пунктах спостережень – безпосередньо у водосховищі та у нижньому б'єфі р. Оскіл. Використання ретроспективних даних також дозволить врахувати сезонний вплив на коливання показників кисню.

3. Мета та завдання дослідження

Метою даної роботи є дослідження динаміки та вдосконалення прогнозної математичної моделі для прогнозування показників кисневого режиму (БСК та РК) Червонооскільського водосховища на підставі класичної моделі Стрітера-Фелпса.

Для досягнення поставленої мети вирішувалися наступні завдання:

- проведення ретроспективного аналізу даних кисневих показників водосховища;
- вдосконалення моделі Стрітера-Фелпса для водосховища.
- визначення параметрів моделі Стрітера-Фелпса для водосховища.

4. Матеріали та методи підвищення ефективності прогнозування впливу техногенного забруднення

Червонооскільське водосховище відноситься до типу рівнинно-річкових руслових. Довжина водосховища – 85,0 км, середня ширина – 1,44 км, середня глибина – 3,86 м, площа водного дзеркала при нормальному підпірному рівні – 12270 га. Водосховище – одне з ключових джерел системи водозабезпечення міст Донбасу питною водою. В цю систему входять магістральний канал Сіверський Донець-Донбас довжиною 132 км, ряд гідротехнічних споруд, 5 резервних водосховищ і основне регулююче Червонооскільське водосховище.

Екологічний стан р. Сіверський Донець такий, що він не завжди, особливо в засушливий період, може забезпечити безперебійну подачу води. Тоді живлення каналу здійснюється за рахунок Червонооскільського водосховища. Спеціалісти його так і називають – «регулююче водосховище».

На сьогодні на водосховищі немає яскраво вираженого русла ріки Оскіл, воно замулене відкладеннями, принесеними з водозбірної площі в період весняних повеней. Середня кількість осадового матеріалу від півметра в низинах водосховища до одного метра у його верхів'ях.

Водосховище евтрофне – з великим вмістом поживних речовин, потужним шаром мулових відкладів з високим вмістом органічної речовини. Прозорість води невисока. Поширені водяна рослинність та планктон.

Дослідження кисневого режиму Червонооскільського водосховища виконувалося на основі матеріалів якості води лабораторії контролю Слов'янського регіонального виробничого управління КП «Компанія «Вода Донбасу» (Україна). Вихідні дані для дослідження наведені в табл. 1–4.

Табл. 1. Середньомісячні значення БСК₅ (мг/дм³) для Червонооскільського водосховища

Роки	Місяці											
	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
2014	1,7	1,5	1,5	1,6	1,5	1,6	1,4	2,8	2,5	2,2	1,4	1,4
2015	1,5	1,5	1,9	1,4	1,9	1,7	1,4	1,5	2,2	2,3	2,2	1,8
2016	1,9	1,8	1,9	2,2	2,1	1,4	1,6	2,2	1,6	1,7	1,8	1,6
2017	1,5	1,6	1,9	2,3	1,7	1,8	2,4	2,6	2,7	2	1,8	1,6
2018	1,5	1,6	2,0	2,3	1,3	1,1	1,4	1,1	1,0	1,1	1,5	1,1

Табл. 2. Середньомісячні значення БСК₅ (мг/дм³) для р. Оскіл (нижній б'єф)

Роки	Місяці											
	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
2014	1,6	1,6	1,6	1,4	1,6	1,5	1,4	2,1	1,8	2,0	1,6	1,4
2015	1,4	1,8	2,0	1,5	2,0	2,1	1,9	1,9	2,4	2,2	1,9	1,7
2016	1,8	2,0	1,8	2,3	2,0	1,7	1,8	2,0	1,2	2,0	1,9	1,6
2017	1,1	1,8	2,1	2,1	2,0	1,7	2,5	2,4	2,6	1,9	1,8	1,7
2018	1,5	1,7	1,8	2,0	1,2	1,1	1,3	1,2	1,0	1,1	1,6	1,2

Табл. 3. Середньомісячні значення розчиненого кисню (мг/дм³) для Червонооскільського водосховища

Роки	Місяці											
	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
2014	15,7	13,5	17,6	17,8	12,2	10,1	10,8	17,4	16,7	13,2	13,2	13,3
2015	13,9	13,9	15,1	16,9	18,6	12,7	12,2	16,2	14,4	12,2	12,0	12,8
2016	13,3	14,8	14,1	19,6	14,4	12,5	12,4	14,6	10,4	10,5	10,6	10,6
2017	12,0	12,3	15,1	17,2	14,1	12,0	16,6	18,3	12,1	11,5	12,1	8,9
2018	15,7	14,9	15,8	16,1	11,4	8,8	10,0	10,0	8,9	10,8	12,1	10,0

Табл. 4. Середньомісячні значення розчиненого кисню (мг/дм³) для р. Оскіл (нижній б'єф)

Роки	Місяці											
	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
2014	14,8	11,9	15,3	14,7	9,7	10,0	10,0	9,6	13,4	11,6	12,2	12,8
2015	12,7	13,2	14,1	14,7	12,9	9,9	6,2	6,3	12,6	9,6	11,3	11,5
2016	12,1	12,7	12,8	16,5	13,7	8,9	9,3	8,6	10,1	9,4	9,5	9,6
2017	12,2	10,2	12,9	15,7	9,3	9,9	8,2	6,1	9,2	10,3	11,5	8,4
2018	14,8	14,4	17,1	15,6	9,7	8,6	9,9	9,3	9,1	10,6	11,4	9,3

Внутрішня структура моделі взаємодії РК і БСК визначається множиною $\{S_1\}$ функцій споживання РК і множиною $\{S_2\}$ функцій виробництва / споживання БСК. Аргументами кожної функції, що входять до $\{S_1\}$ і $\{S_2\}$ є РК і БСК (що, в свою чергу, є функціями координат і часу), а також їх похідні та фактори зовнішнього середовища – функції сторонніх джерел і стоків РК і БСК.

Неможливо розглянути всі моделі, які були запропоновані для опису РК – БСК взаємодії, оскільки опубліковано занадто багато робіт, присвячених цьому питанню. Однак очевидно, що вирішального впливу на всю еволюцію моделей РК і БСК завдало класичне дослідження Стритера і Фелпса [7]. Ці автори припустили, що баланс між концентраціями РК і БСК залежить тільки від двох процесів: реаерації потоку та споживання РК при окисненні (або розпаді) БСК, тобто

$$\begin{aligned} \{S_1\} &= \{-k_1 x_1\} \\ \{S_2\} &= \{k_2 (C_s - x_2) - k_1 x_1\} \end{aligned} \quad (1)$$

де x_1 – концентрація БСК₅, мг/дм³; x_2 – концентрація РК, мг/дм³; C_s – концентрація насичення РК, мг/дм³; k_1 – константа швидкості розпаду БСК₅ (коефіцієнт мінералізації), 1/с; k_2 – константа швидкості реаерації для РК, 1/с.

Задля подальшого спрощення моделі Стритер і Фелпс припустили стаціонарність (незмінність у часі) водного потоку, стаціонарність функцій S_1 і S_2 (потоків БСК і РК) для всіх точок річки та рівномірність розподілу x_1 , x_2 по перерізу потоку. У цьому випадку $x_1 = x_x(z, t)$, $x_2 = x_2(z, t)$, де z – відстань від джерела скиду вздовж русла річки, t – час, а незалежні змінні z і t зв'язані одне з одним простим співвідношенням: $z = ut$ (тут u – швидкість течії). Відповідно, модель Стритера і Фелпса зводиться до системи звичайних диференціальних рівнянь і набирає наступного вигляду

$$\begin{cases} u \frac{dx_1}{dz} = -k_1 x_1; \\ \frac{dx_2}{dt} = u \frac{dx_2}{dz} = k_2 (C_s - x_2) - k_2 x_2. \end{cases} \quad (2)$$

Розв'язок цієї системи рівнянь має такий вигляд

$$\begin{cases} x_1 = x_{1,0} e^{-k_1 z/u} + C_1; \\ x_2 = x_{2,0} e^{-k_2 z/u} + C_s (1 - e^{-k_2 z/u}) + \frac{k_1}{k_2 - k_1} x_{1,0} (e^{-k_2 z/u} - e^{-k_1 z/u}) + C_2, \end{cases} \quad (3)$$

де $x_{1,0}$, $x_{2,0}$ – концентрації, відповідно, БСК₅ і РК у початковій точці, мг/м³; C_1 , C_2 – коригувальні коефіцієнти, введені для підвищення точності прогнозу.

$$C_1 = f(\text{GM}) \quad (4)$$

$$C_2 = f(\text{COD/BOD}) \quad (5)$$

де $f(\text{GM})$ – функція загального солемісту; $f(\text{COD/BOD})$ – функція, що визначає відношення ХСК до БСК₅.

Видно, вдалині від точки скиду $\lim_{t \rightarrow \infty} x_1 = 0$, тобто вода самоочищується від активних домішок, а $\lim_{t \rightarrow \infty} x_2 = C_s$, тобто вода насичується киснем.

Множники $x_{1,0}$ та $x_{2,0}$ – в рівняннях (3) визначаються експериментально, коефіцієнти k_1 та k_2 невідомі.

Коефіцієнти мінералізації k_1 та реаерації k_2 можуть бути знайдені експериментально за формулами:

$$k_1 = t^{-1} \cdot \ln \frac{x_{1,0}}{x_1}; \quad (6)$$

$$k_2 = \frac{x_{1,0} \cdot k_1 \cdot e^{-k_1 t}}{x_2}. \quad (7)$$

5. Результати досліджень кисневого режиму та прогнозування впливу техногенного забруднення водойми

Динаміка сезонних коливань розчиненого кисню на поверхні Червонооскільського водосховища та на нижньому б'єфі р. Оскіл наведена на рис. 1.

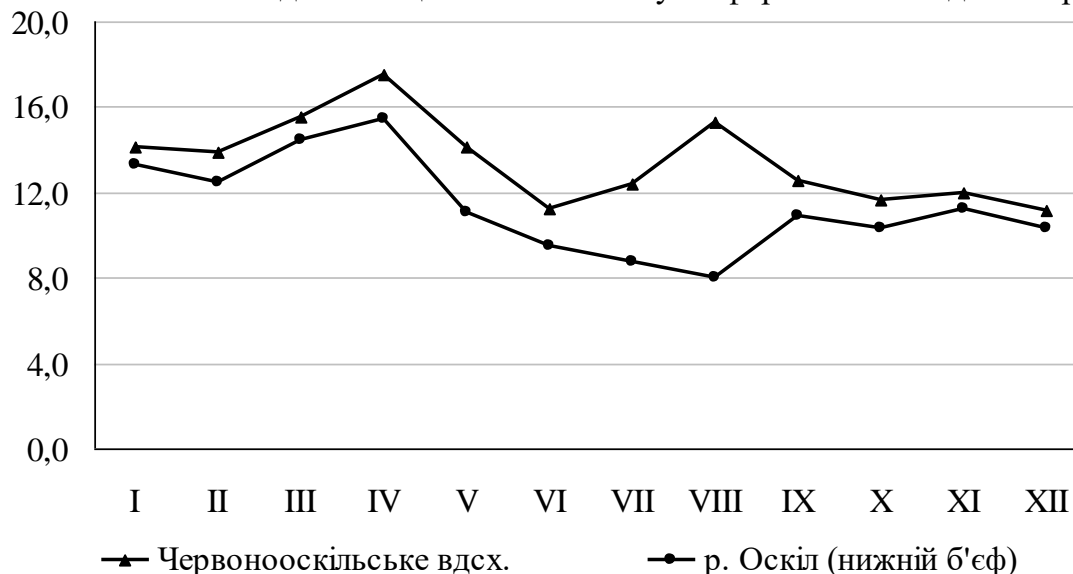


Рис. 1. Сезонні середньорічні зміни вмісту розчиненого кисню (мг/дм³) у воді Червонооскільського водосховища та р. Оскіл (нижній б'єф)

На графіку (рис. 3) видно, що вміст розчиненого кисню у водосховищі в теплу пору значно перевищує вміст кисню в річці, що пояснюється значно більшою площею дзеркала води і відповідно більшою спроможністю водосховища до фотосинтезу водної рослинності.

Задля подальшого виявлення ретроспективних тенденцій зміни вмісту розчиненого кисню Червонооскільського водосховища та р. Оскіл (нижній б'єф) було проведено аналіз змін за середньорічними показниками (рис. 2).

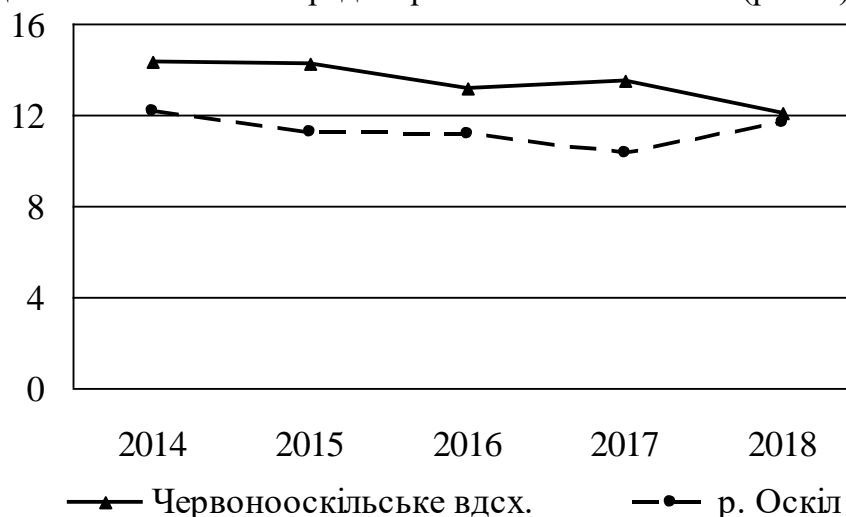


Рис. 2. Зміни вмісту розчиненого кисню (мг/дм³) у воді Червонооскільського водосховища та р. Оскіл (нижній б'єф) за середньорічними показниками 2014–2018 років

На обох графіках (рис. 3) простежується нечітка тенденція до збільшення розчиненого кисню як у воді водосховища, так і у р. Оскіл, що може пояснюватися зменшенням антропогенного навантаження на басейн водойми через економічний спад, який спонукала несприятлива економічна ситуація у країні.

Динаміка сезонних коливань БСК на поверхні Червонооскільського водосховища та на нижньому б'єфі м. Оскіл наведена на рис. 4.

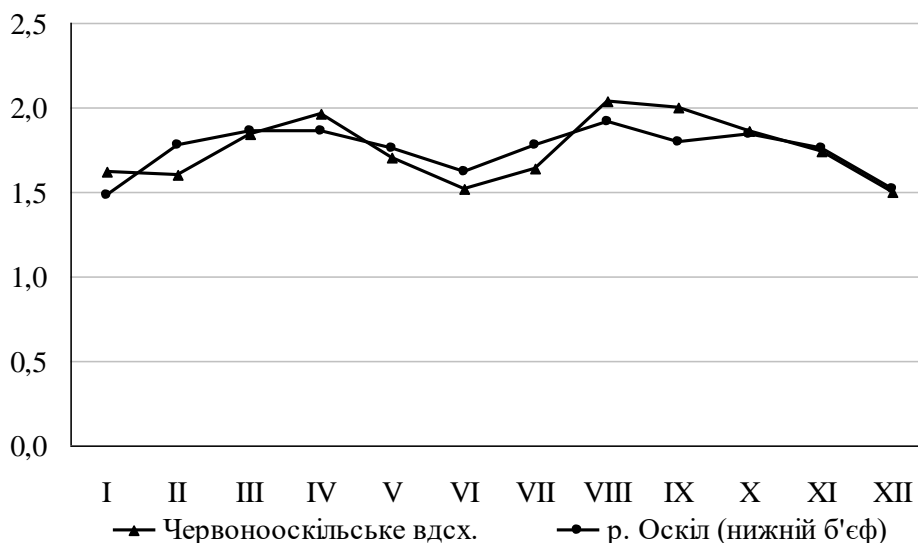


Рис. 3. Сезонні середньорічні зміни вмісту БСК (мг/дм³) у воді Червонооскільського водосховища та р. Оскіл (нижній б'єф)

На наведених графіках (рис. 3) спостерігаються практично синхронні коливання показника БСК у Червонооскільському водосховищі та р. Оскіл (нижній б'єф) на протязі року. Зниження БСК влітку можна пояснити збільшенням надходження кисню до водойми за рахунок фотосинтезу водної рослинності.

Розглянемо тенденції зміни вмісту БСК у воді Червонооскільського водосховища та р. Оскіл (нижній б'єф), для чого проведемо аналіз змін за середньорічними показниками (рис. 4).

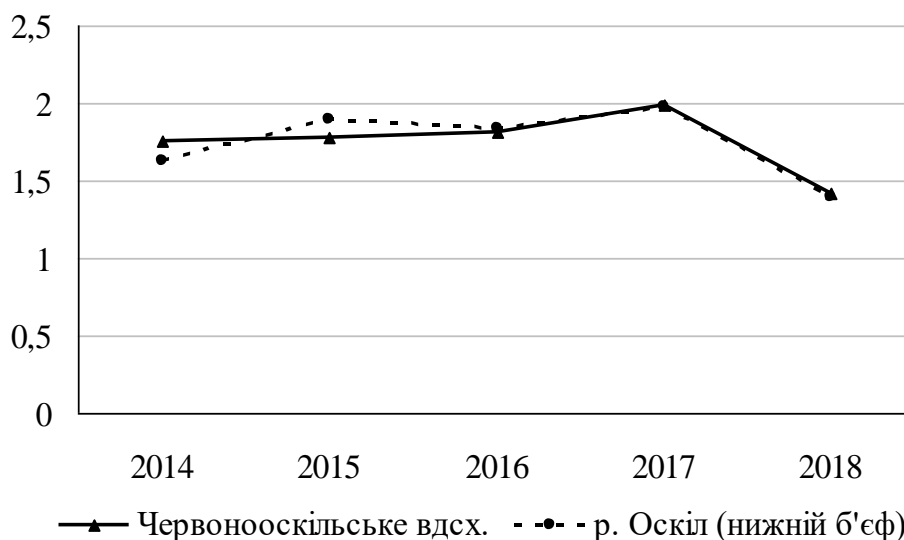


Рис. 4. Зміни вмісту БСК (мг/дм³) у воді Червонооскільського водосховища та р. Оскіл (нижній б'єф) за середньорічними показниками 2014–2018 роки

Аналогічно випадку з розчиненим киснем, на наведених графіках простежується нечітка тенденція до зменшення показника БСК як у воді водосховища, так і у р. Оскіл. Це пояснюється зменшенням антропогенного навантаження на басейн водойми через економічний спад, який є наслідком несприятливої економічної ситуації у країні.

Аналіз багаторічних результатів спостереження за екологічним станом Червонооскільського водосховища та р. Оскіл (нижній б'єф) дозволив встановити, що коригуючий коефіцієнт C_1 (4) залежить від загального солемісту у воді за законом

$$C_1 = -0,0002c_1^2 + 0,2719c_1 - 81,922, \quad (8)$$

де C_1 – $\Delta\text{БСК}_5$ (різниця БСК_5 вище та нижче місця скиду стічних вод), мг/м^3 ; c_1 – загальний солеміст, мг/м^3 .

Графік функції (8) наведено на рис. 5. З графіку видно, що при збільшенні загального солемісту величина $\Delta\text{БСК}_5$ також зростає.

Величина достовірності апроксимації становить $R^2 = 0,76$.

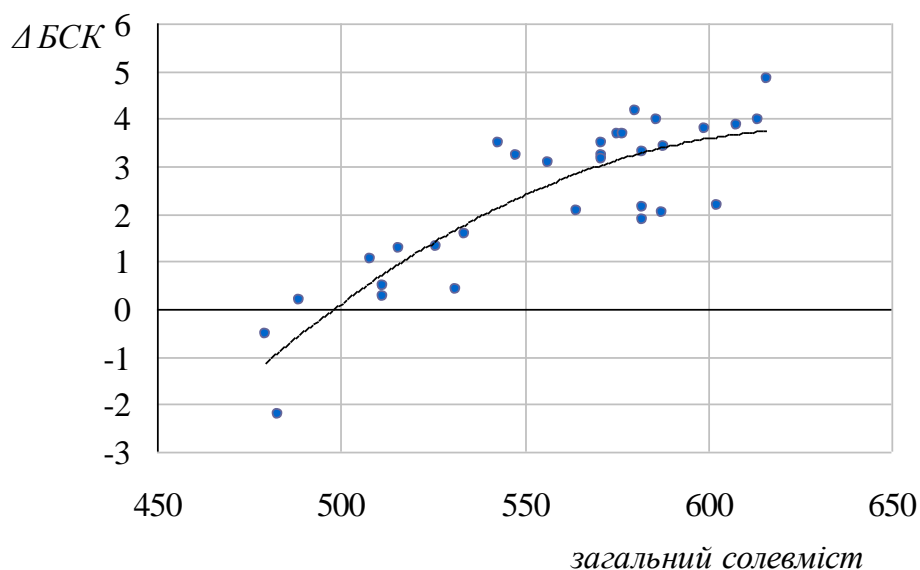


Рис. 5. Взаємозалежність між значеннями різниць фактичних та змодельованих значень БСК_5 ($\Delta\text{БСК}_5$) і відповідними значеннями загального солемісту (мг/дм^3)

Аналіз багаторічних результатів спостереження за екологічним станом Червонооскільського водосховища та р. Оскіл (нижній б'єф) дозволив встановити, що коригуючий коефіцієнт C_2 (5) залежить від ХСК/БСК_5 у вигляді

$$C_2 = -0,5542c_2^2 - 0,561c_2 + 2,871, \quad (9)$$

де C_2 – $\Delta\text{РК}$ (різниця РК вище та нижче місця скиду стічних вод), мг/м^3 ; c_2 – відношення ХСК/БСК_5 .

Графік функції (9) наведено на рис. 6. З графіку видно, що при збільшенні величини відношення ХСК/БСК_5 зменшується величина $\Delta\text{РК}$.

Величина достовірності апроксимації становить $R^2 = 0,91$.

Таким чином, маючи фактичні дані спостережень за екологічним станом водного об'єкту, виникає можливість обрахувати параметри моделі індикаторних (сигнальних) показників ($\text{РК}-\text{БСК}$) у залежності від значень показників загального солемісту та відношення ХСК/БСК_5 .

Таким чином, маючи фактичні дані спостережень за екологічним станом водного об'єкту, виникає можливість обрахувати параметри моделі індикаторних (сигнальних) показників ($\text{РК} - \text{БСК}$) у залежності від значень показників загального солемісту та відношення ХСК/БСК_5 .

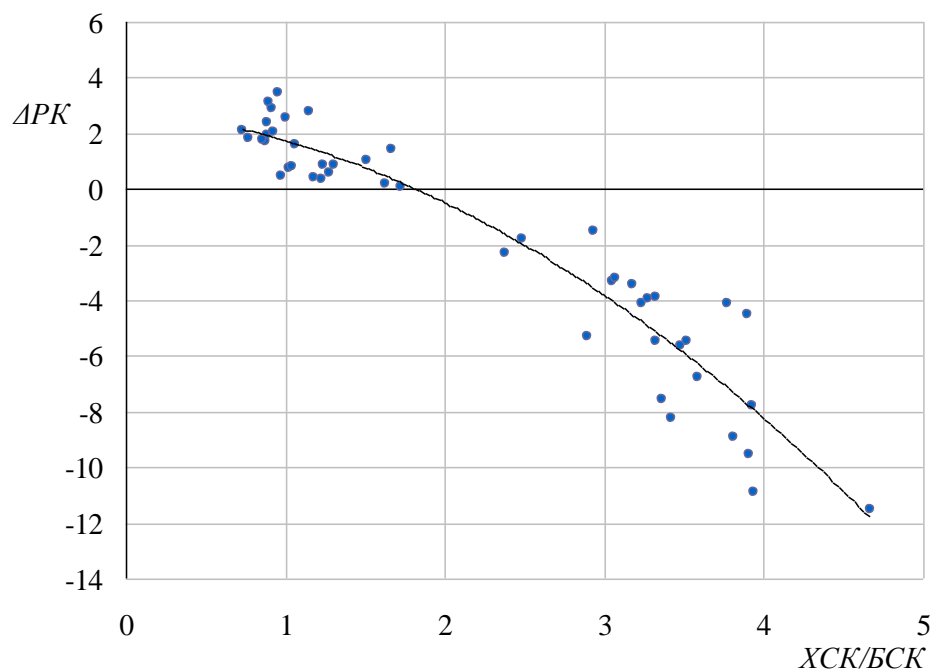


Рис. 6. Взаємозалежність між значеннями різниць фактичних та змодельованих значень розчиненого кисню (ΔPK) і відповідними значеннями відношення $ХСК/БСК$ (мг/дм³)

Введення коригуючих коефіцієнтів C_1 і C_2 дозволяють суттєво підвищити надійність прогнозу екологічного стану води поверхневого джерела водопостачання за допомогою запропонованої математичної моделі, що гарантує високу адекватність оперативних рішень управління водними ресурсами.

Для визначення параметрів моделі динаміки кисневого режиму Червонооскільського водосховища, тобто значення коефіцієнтів k_1 (коефіцієнт біохімічного окислення органічних речовин) та k_2 (коефіцієнт реаерації), використовуємо емпіричні дані таблиць 1–4 та розраховуємо за формулами (6) та (7). Для розрахунків можна використовувати як спеціальне програмне забезпечення, так і звичайні офісні програми для обробки даних.

Температура навколишнього середовища – один з найважливіших факторів, що впливає на розчинність кисню у воді та на швидкість біохімічних процесів. Тому доречним вважається розрахунок параметрів k_1 та k_2 виконати для кожного місяця.

В табл. 5 наведені значення коефіцієнтів k_1 та k_2 .

Табл. 5. Розраховані значення коефіцієнтів k_1 та k_2

Місяць	k_1	k_2
Січень	$-4,9 \cdot 10^{-4}$	$-9,2 \cdot 10^{-4}$
Лютий	$5,8 \cdot 10^{-4}$	$7,9 \cdot 10^{-4}$
Березень	$0,01 \cdot 10^{-4}$	$0,01 \cdot 10^{-4}$
Квітень	$-1,9 \cdot 10^{-4}$	$2,1 \cdot 10^{-4}$
Травень	$1,4 \cdot 10^{-4}$	0,00008
Червень	$4,8 \cdot 10^{-4}$	0,00036
Липень	$4,9 \cdot 10^{-4}$	0,00021
Серпень	$0,7 \cdot 10^{-4}$	$0,02 \cdot 10^{-4}$
Вересень	$-0,02 \cdot 10^{-4}$	$-3,1 \cdot 10^{-4}$
Жовтень	$0,07 \cdot 10^{-4}$	$0,1 \cdot 10^{-4}$
Листопад	$-0,07 \cdot 10^{-4}$	$-1,6 \cdot 10^{-4}$
Грудень	$0,08 \cdot 10^{-4}$	$1,4 \cdot 10^{-4}$

Таким чином, вихідними даними для розрахунку коефіцієнтів k_1 та k_2 є усереднені середньомісячні багаторічні значення відповідних показників кисневого режиму за період 2014–2018 рр.

6. Обговорення результатів прогнозування техногенного забруднення водойми

На підставі розрахованих коефіцієнтів k_1 та k_2 розраховано математичні моделі значень БСК та дефіциту кисню. Перевірка адекватності розрахованої моделі динаміки БСК₅ та розчиненого кисню показані на відповідних графіках (рис. 7 та рис. 8), де зображені криві середньорічних значень показників БСК₅ та дефіциту розчиненого кисню за 2018 рік, значення, змодельовані за класичною моделлю Стритера – Фелпса та значення, отримані з використанням у моделі коригуючих коефіцієнтів.

Коефіцієнт кореляції між модельним значенням БСК₅ та фактичним становить (рис. 7) 0,76.

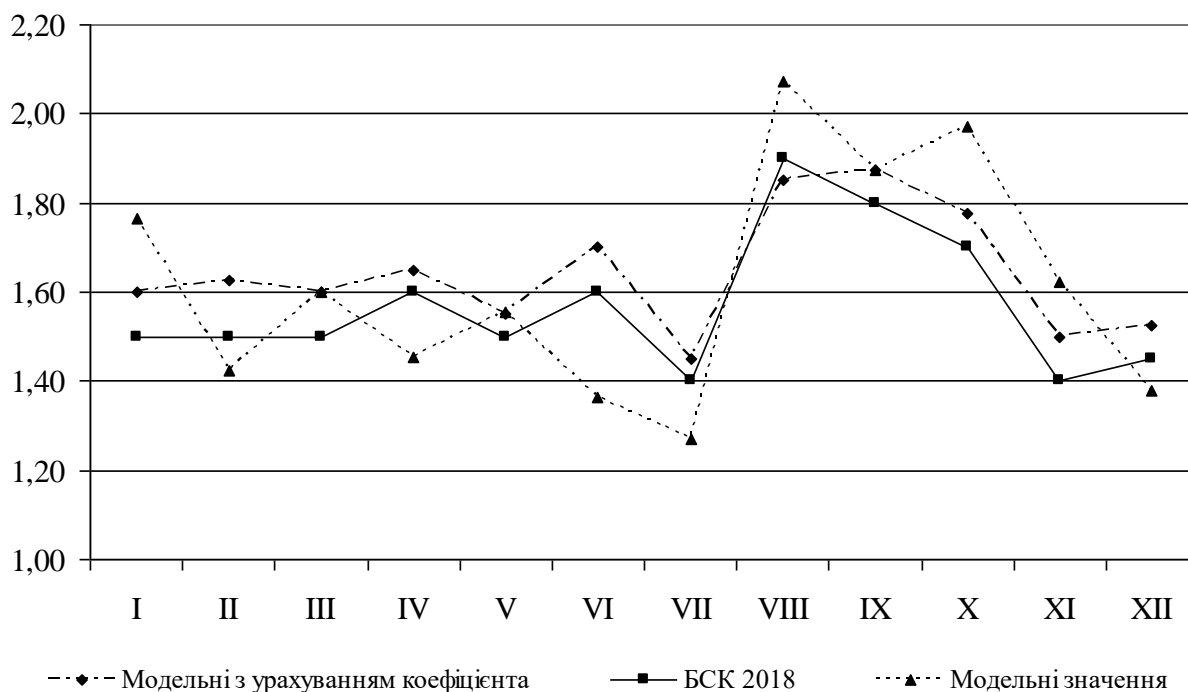


Рис. 7. Динаміка змодельованих та фактичних (2018 р.) значень БСК₅ (мг/дм³)

Між фактичним значенням та модельним з використанням у моделі коригуючого коефіцієнту – 0,94, що можна вважати прийнятним з огляду на результати інших дослідників [15], які вказують на те, що на всі моделі, запропоновані для опису взаємодії РК та БСК₅ впливає факт неточності задання усіх параметрів цієї моделі, отриманих із експерименту (величина похибки може досягати 40 %).

Результат моделювання значень розчиненого кисню (рис. 8) показує високий коефіцієнт кореляції – 0,85; за класичною моделлю – 0,71.

Перевагами проведеного дослідження є можливість оперативної обробки даних моніторингу поверхневих джерел водопостачання. Використана модель дає змогу проводити розрахунки без застосування спеціальних комп'ютерних програм. Це зменшує вимоги як до апаратного забезпечення, так і до кваліфікації персоналу, що здійснює контроль водойм.

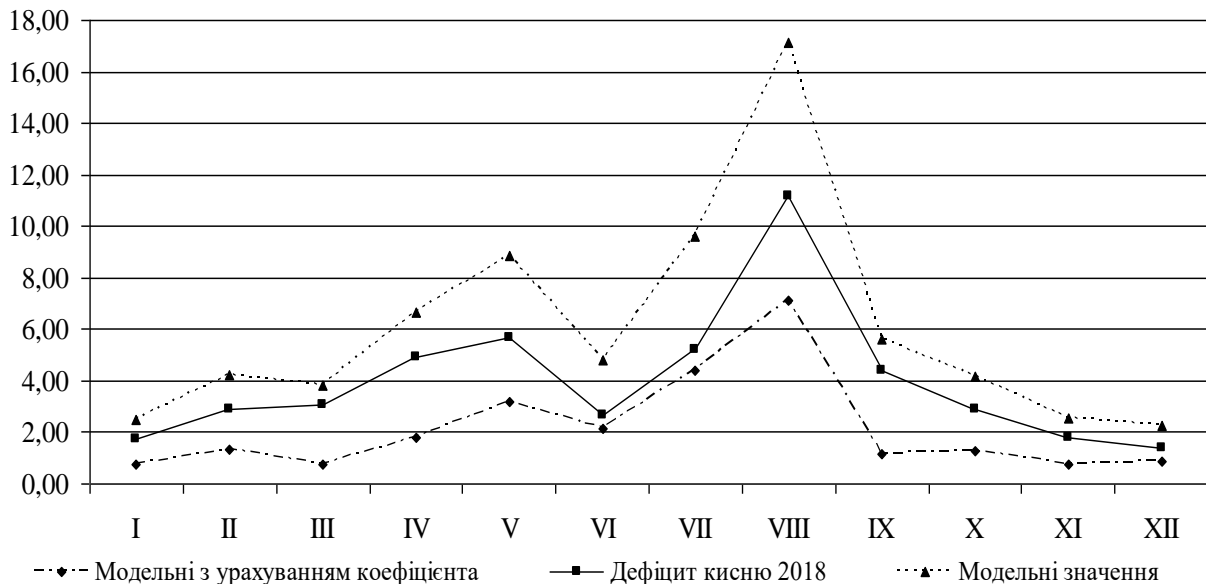


Рис. 8. Динаміка змодельованих та фактичних (2018 р.) значень розчиненого кисню (мг/дм³)

До недоліків слід віднести обмежений набір складових моделі, що застосовується у даному дослідженні, але в даному випадку це виправдовується метою дослідження.

Основне призначення отриманої моделі – прогноз показників БСК та дефіциту розчиненого кисню за результатами оперативного моніторингу. Модель можна вважати адекватною для прогнозування в умовах водосховища та використовувати при здійсненні поточних спостережень за відповідними показниками (при здійсненні оперативного моніторингу).

Дане дослідження є продовженням дослідження екологічного стану басейну р. Сіверський Донець. Перспективним вбачається включення до рівнянь моделі змінних, що характеризують гідрологічні та температурні показники досліджуваного об'єкту для більш точного визначення параметрів.

7. Висновки

1. На підставі ретроспективних даних спостережень 2014–2018 років проведено аналіз динаміки показників БСК та розчиненого кисню Червонооскільського водосховища і р. Оскіл (нижній б'єф). Виявлено тенденції до покращання кисневого режиму водойми – збільшення концентрації розчиненого кисню та зменшення БСК за середньорічними показниками. Це пояснюється зменшенням антропогенного навантаження на басейн водойми через економічний спад, який є наслідком несприятливої економічної ситуації у країні.

2. Удосконалено математичну модель динаміки інтегральних показників екологічного стану водойми (модель Стрітера – Фелпса) шляхом доповнення корегуючими коефіцієнтами, що дозволяє з високою точністю прогнозувати екологічні умови водойми та оцінювати вплив техногенно-небезпечних об'єктів на поверхневі води задля потреб екологічного моніторингу та оптимального управління екологічною безпекою басейну річки.

3. Розраховано параметри k_1 (коефіцієнт біохімічного окислення органічних речовин) та k_2 (коефіцієнт реаерації) моделі Стрітера-Фелпса для водосховища. Враховуючи значення температури на розчинність кисню та на швидкість біохімічних процесів розрахунок параметрів k_1 та k_2 виконано для кожного місяця року.

Література

1. Наумов В. А. Математическое моделирование распространения взвешенных примесей от точечного источника и их осаждения в водотоке. Известия КГТУ. 2017. № 44.
2. Григорян С. С. Об эволюции попавшей в реку массы консервативного загрязнения при ее движении по течению. Прикладная математика и механика. 2009. Т. 73. № 6. С. 1036–1046.
3. Великанов Н. Л., Наумов В. А., Великанова М. Н. Расчет распространения загрязнения в реке Товарная. Вода: химия и экология. 2011. № 8. С. 89–94.
4. Клинов А. В., Мухаметзянова А. Г., Алексеев К. А. Численное моделирование зон осаждения полидисперсной взвеси в малых водотоках. Вестник Казанского технологического университета. 2012. Т. 15. № 19. С. 10–12.
5. Chen J.-L., Hsu T.-J., Shi F., etc. Hydrodynamic and sediment transport modeling of New River Inlet (NC) under the interaction of tides and waves. Journal of Geophysical Research. 2015. V. 120. № 6. P. 4028–4047.
6. Сучасний екологічний стан української частини річки Сіверський Донець (експедиційні дослідження) / А. В. Гриценко та ін.: за ред. А.В. Гриценка. Х. ВПП «Контраст», 2011. 340 с.
7. Безсонний В. Л., Третьяков О. В., Кравчук А. М., Стаценко Ю. Ф. Прогнозування кисневого режиму річки Сіверський Донець методами математичного моделювання. Будівництво, матеріалознавство, машинобудування: зб. наук. праць. Серія: Безпека життєдіяльності. ДВНЗ «Піднепр. держ. академія буд-ва і архітектури»; під загальною редакцією В. І. Большакова. Дніпро, 2016. Вип. 93. С. 113–119.
8. Ухань О. О., Осадча Н. М. Характеристика кисневого режиму поверхневих вод басейну р. Сіверський Донець. Наукові праці УкрНДГМІ. 2010. Вип. 259, С. 199–216.
9. Мокін Б. І. Мокін В. Б., Мокін О. Б. Математичні методи ідентифікації динамічних систем: навчальний посібник. Вінниця: ВНТУ, 2010. 260 с.
10. Третьяков О. В., Безсонний В. Л. Основні методи математичного моделювання для методичного забезпечення басейнового підходу в управлінні якістю водних ресурсів. Системи обробки інформації. 2016. № 8 (145). С. 194–199.
11. Рогалев А. Н. Детерминированные и стохастические методы оценки качества воды в условиях неопределенности. Распределенные информационные и вычислительные ресурсы (DICR-2012): материалы XIV конференции с международным участием: Институт вычислительных технологий Сибирского отделения РАН, 2012. С. 101–112.
12. Готовцев А. В. Определение скорости биохимического окисления и биохимической потребности в кислороде табличным методом. Научное обеспечение реализации «Водной стратегии». Материалы Всероссийской научной конференции. Петрозаводск, 2015. Т. 1. С. 263–272.
13. Михайлов М. Д. Об одной модификации модели Стритера-Фелпса и ее численной реализации с помощью многопроцессорных вычислительных систем. Вестник Томского государственного университета. Серия: Математика и механика. 2010. № 1 (9). С. 39–46.
14. Рогалев А. Н., Рогалев А. А. Численная реализация модели Стритера-Фелпса и ее модификаций с учетом неопределенности данных. Кубатурные формулы, методы Монте-Карло и их приложения. Сборник материалов международной конференции. Красноярск, 2011. С. 100–104.

15. Цхай А. А. Математическое моделирование качества воды в проектируемом водохранилище на основе РК-БПК. Известия Алтайского государственного университета. 2012. № 1 (73). Т. 2. С. 123–126.

16. Волкова Т. А., Кондратьев А. И. Особенности решения уравнений Стритера-Фелпса для оценки экологической безопасности морской акватории. Транспортное дело России. 2011. № 7 (92). С. 120–122.

17. Bezsonnyi V., Tretyakov O., Khalmuradov B., Ponomarenko R. Examining the dynamics and modeling of oxygen regime of Chervonooskil water reservoir. Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. 2017. № 5/10 (89). P. 32–38.

18. Miao D. Y., Li Y. P., Huang G. H. Optimization model for planning regional water resource systems under uncertainty. Journal of Water Resources Planning and Management. 2014. V. 140. Issue 2. P. 238–249.

19. Madani K. Game theory and water resources. J. Hydrol. 2010. № 381 (3–4). P. 225–238.

20. Bravo M., Gonzales I. Applying stochastic goal programming: a case study on water use planning. Eur. J. Operat. Res. 2009. № 196. P. 1132–1129.

21. Zoltay V. I., Vogel R. M., Kirshen P. H. Integrated watershed management modeling: generic optimization model applied to the Ipswich river basin. J. Water Resour. Plann. Manag. 2010. № 136 (5). P. 566–575.

22. Третьяков О. В., Шевченко Т. О., Безсонний В. Л. Підвищення рівня екологічної безпеки питного водопостачання Харківського регіону. Східноєвропейський журнал передових технологій. 2015. Т. 5. № 10 (77). С. 40–49.

23. Третьяков О. В., Безсонний В. Л. Оцінка впливу стічних вод на екологічний стан річки Сіверський Донець. Вестник ХНАДУ. 2015. Вып. 71. С. 103–108.

O. Tretyakov¹, DSc, Associate Professor, Professor of the Department

V. Bezsonnyi², PhD, Senior Lecturer of the Department

R. Ponomarenko³, PhD, Senior Research, Deputy Head of Department

P. Borodich, PhD, Associate Professor, Associate Professor of the Department

¹*Kharkiv State Academy of Physical Culture, Kharkiv, Ukraine*

²*Simon Kuznets Kharkiv National University of Economics, Kharkiv, Ukraine*

³*National University of Civil Defence of Ukraine, Kharkiv, Ukraine*

IMPROVING THE EFFICIENCY OF FORECASTING THE INFLUENCE OF TECHNOLOGICAL POLLUTION ON SURFACE WATER BODIES

A retrospective analysis of data on operational control of BOD and dissolved oxygen in the Chervonoskilsky reservoir (Ukraine) was performed. Based on the retrospective observation data for 2014–2018, the trends in improving the oxygen regime of the reservoir have been noticed; there were the concentration increase of dissolved oxygen and the BODs decrease according to the average annual indicators. Those facts can be explained with the decrease of anthropogenic impact on the reservoir due to an economic downturn; the reason of the downturn is the unfavorable economical situation in the country. The most viable method for forecasting the dynamics of ecological state indicators of surface water probably is the Streeter-Phelps' two-component model, as well as, modifications of this model (dissolved oxygen–biochemical oxygen demand). The simplicity of measurements with this model is a reason to consider the method as one of the best standard methods for evaluating the surface water environmental states. In addition, the mathematical model of the oxygen indicators dynamics of the surface water ecological state has been improved with some corrective coefficients that allow the model to predict a state of reservoirs with high accuracy. Such model optimizes the environmental monitoring and management of the reservoir ecological. It was theoretically proved and experimentally confirmed the possibility of the long-term forecasting of a water object ecological state based on observing the dynamics of changes in biochemical oxygen demand and dissolved oxygen indicators. The parameters k_1 (coefficient of bio-

chemical oxidation of organic substances) and k_2 (re-coefficient) of the Streeter-Phelps model for a reservoir are calculated. Taking into account the temperature value for the solubility of oxygen and the rate of biochemical processes, the calculation of parameters k_1 and k_2 is performed for each month of a year. The advantages of the conducted research are the operative processing possibility to monitor the data of surface water supply sources. The used model allows us to make calculations without the use of special computer programs.

Keywords: environmental forecasting, oxygen regime, biochemical oxygen consumption, dissolved oxygen, Streeter-Phelps model

References

1. Naumov, V. A. (2017). Matematicheskoye modelirovaniye rasprostraneniya vzveshennykh primesey ot tochechnogo istochnika i ikh osazhdeniya v vodotoke. *Izvestiya KGTU*, № 44.

2. Grigoryan, S. S. (2009). Ob evolyutsii popavshey v reku massy konservativnogo zagryazneniya pri yeye dvizhenii po teche niyu. *Prikladnaya matematika i mekhanika*. T. 73, 6, 1036–1046.

3. Velikanov, N. L., Naumov, V. A., Velikanova, M. N. (2011). Raschet rasprostraneniya zagryazneniya v reke Tovarnaya. *Voda: khimiya i ekologiya*, 8, 89–94.

4. Klinov, A. V., Mukhametzhanova, A. G., Alekseyev, K. A. (2012). Chislennoye modelirovaniye zon osazhdeniya polidispersnoy vzvesi v malykh vodotokakh. *Vestnik Kazanskogo tekhnologicheskogo universiteta*. T. 15, 19, 10–12.

5. Chen, J.-L., Hsu, T.-J., Shi, F. (2015). Hydrodynamic and sediment transport modeling of New River Inlet (NC) under the interaction of tides and waves. *Journal of Geophysical Research*. V. 120, 6, 4028–4047.

6. Suchasniy ekologichniy stan ukrayinskoyi chastini richki Siverskiy Donets (ekspeditsiyni doslidzhennya) (2011). za red. d-ra geogr. nauk, prof. A. V. Gritsenka, kand. biol. nauk, dots. O.G. Vasenka. *Kh. VPP «Kontrast»*, 340.

7. Bezsonnyi, V. L., Tretyakov, O. V., Kravchuk, A. M., Statsenko, Yu. F. Prognozuvannya kisneвого rezhimu richki Siverskiy Donets metodami matematichnogo modelyuvannya (2016). *Budivnitstvo, materialoznavstvo, mashinobuduvannya: zb. nauk. prats. 93. DVNZ «Pridnepr. derzh. akademiya bud-va i arhitekturi»*. Dnipro. Seriya: Bezpeka zhittediyalnosti, 113–119.

8. Uhan, O. O., Osadcha, N. M. (2010). Harakteristika kisneвого rezhimu poverhnevih vod baseynu r. Siverskiy Donets. *Naukovi pratsi UkrNDGMI*, 199–216.

9. Mokin, B. I. Mokin, V. B., Mokin, O. B. (2010). Matematychni metody identyfikatsiyi dynamichnykh system: navchal'nyy posibnyk. Vinnitsya: VNTU, 260.

10. Tretyakov, O. V., Bezsonniy, V. L. (2016). Osnovni metodi matematichnogo modelyuvannya dlya metodichnogo zabezpechennya baseynovogo pidhodu v upravlinni yakisty vodnih resursiv. *Sistemi obrobki Informatsii*, 8 (145), 194–199.

11. Rogalev, A. N. (2012). Determinirovannyye i stohasticheskie metody otsenki kachestva vody v usloviyah neopredelennosti. *Materialy XIV Rossiyskoy konferentsii s mezhdunarodnym uchastiem (elektronnoe izdanie): Institut vyichislitelnykh tekhnologiy Sibirskogo otdeleniya RAN*, 101–112.

12. Gotovtsev, A. V. (2015). Opredelenie skorosti biohimicheskogo okisleniya i biohimicheskoy potrebnosti v kislorode tablichnyim metodom. *Vserossiyskaya nauchnaya konferentsiya «Nauchnoe obespechenie realizatsii «Vodnoy strategii Rossiyskoy Federatsii na period do 2020 g.» Petrozavodsk. Sbornik nauchnykh trudov*, 1, 263–272.

13. Mihaylov, M. D. (2010). Ob odnoy modifikatsii modeli Stritera-Felpsa i ee chislennoy realizatsii s pomoschyu mnogoprotsessornykh vyichislitelnykh sistem. Vestnik tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Matematika i mehanika, 1 (9), 39–46.

14. Rogalev, A. N., Rogalev, A. A. (2011). Chislennaya realizatsiya modeli Stritera–Felpsa i ee modifikatsiy s uchetom neopredelennosti dannykh. Sbornik materialov mezhdunarodnoy konferentsii "Kubaturnyie formulyi, metody Monte-Karlo i ih prilozheniyaposvyaschennoy 90-letiyu so dnya rozhdeniya I. P. Myisovskikh. Krasnoyarsk, 100–104.

15. Tshay, A. A. (2012). Matematicheskoe modelirovanie kachestva vodyi v proektiruемом vodohranilische na osnove RK-BPK // Izvestiya Altayskogo gosudarstvennogo universiteta. Vyipusk, 1 (73), 2, 123–126.

16. Volkova, T. A. (2011). Osobennosti resheniya uravneniy Stritera-Felpsa dlya otsenki ekologicheskoy bezopasnosti morskoy akvatorii. Transportnoe delo Rossii, 7(92), 120–122.

17. Bezsonnyi, V., Tretyakov O., Khalmuradov B., Ponomarenko R. Examining the dynamics and modeling of oxygen regime of Chervonooskil water reservoir // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies, 2017, 5/10 (89), 32–38.

18. Miao, D. Y., Li, Y. P., Huang, G. H., Yang, Z. F., Li, C. H. (2014). Optimization model for planning regional water resource systems under uncertainty. Journal of Water Resources Planning and Management. 2014, 140, Issue 2, 238–249.

19. Madani, K. (2010). Game theory and water resources. J. Hydrol, 2010, 381 (3–4), 225–238.

20. Bravo, M., Gonzales, I. (2009). Applying stochastic goal programming: a case study on water use planning. Eur. J. Operat. Res. 2009, 196, 1132–1129.

21. Zoltay, V. I., Vogel, R. M., Kirshen, P. H., Westphal, K. S. (2010). Integrated watershed management modeling: generic optimization model applied to the Ipswich river basin. J. Water Resour. Plann. Manag. 2010, 136 (5), 566–575.

22. Tretyakov, O. V., Shevchenko, T. O., Bezsonnyi V. L. (2015). Pidvischennya rivnya ekologichnoyi bezpeki pitnogo vodopostachannya Harkivskogo regionu // Shidno-Evropeyskiy zhurnal peredovih tehnologiy. 5 «Ekologiya», 10 (77), 40–49.

23. Tretyakov, O. V., Bezsonnyi, V. L. (2015). Otsinka vplivu stichnih vod na ekologichniy stan richki Siverskiy Donets // Vestnik HNADU, 71, 103–108.

Надійшла до редколегії: 24.01.2019

Прийнята до друку: 15.02.2019